

Compilación de Exámenes Finales de Matemática 12^{mo} Grado

M.Sc. Yonjaner Martínez Sánchez

La Habana

Febrero de 2019

Temario 1-2010

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ Si $a \in \mathbb{Q}$ y $b \in \mathbb{Q}$ entonces $ab \in \mathbb{Q}$.
- b) ____ Por dos rectas paralelas pasa uno y solo un plano que las contiene.
- c) ____ Dos rectas del espacio que no tienen puntos comunes, siempre son paralelas.
- d) ____ Si una recta es perpendicular a un plano, entonces es perpendicular a todas las rectas que pasan por su pie.
- e) ____ Todas las aristas laterales de un prisma recto son perpendiculares al plano de la base.

1.2 Completa los espacios en blanco de modo que obtengas una proposición verdadera:

1.2.1 El conjugado del número complejo $z = 4 - 3i$ es _____ y su módulo _____.

1.2.2 La siguiente tabla de frecuencias refleja los rangos de notas alcanzados por los estudiantes de 11^{mo} grado de un preuniversitario en la prueba final de Matemática el pasado curso escolar.

Notas alcanzadas	Fi
A:[40; 50)	4
B:[50; 60)	9
C:[60; 70)	34
D:[70; 80)	41
E:[80; 90)	37
F:[90;100)	15

- a) El ____ % de los estudiantes aprobaron el examen.
- b) La mediana se encuentra en la clase _____.
- b) El rango del conjunto de datos es de _____.

2. De los 30 estudiantes del grupo 12^{mo} A de un preuniversitario 12 participan en un concurso de ortografía a nivel de centro.

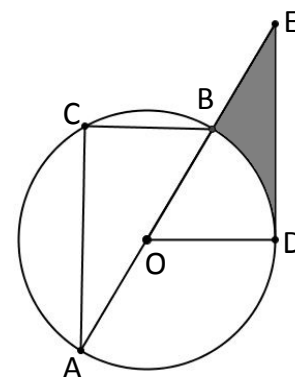
- a) Determina de cuántas maneras diferentes todos los estudiantes que participaron en el concurso pueden quedar ubicados en los tres primeros lugares. (sin considerar empates)
- b) Calcula de cuántas formas diferentes se puede seleccionar al azar dos estudiantes del grupo 12^{mo} A para que divulguen los resultados obtenidos en el concurso.
- c) Determina la probabilidad de que al seleccionar un estudiante, de manera aleatoria, este no haya participado en el concurso.

3. Sea la propiedad $7 + 9 + 11 + \dots + (2n + 5) = S(n)$:

- Determina el décimo término que le corresponde en el miembro izquierdo de la igualdad.
- Demuestra por inducción completa que $S(n) = n(n + 6)$ para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

4. En la circunferencia de centro en O y diámetro \overline{AB} se tiene que:

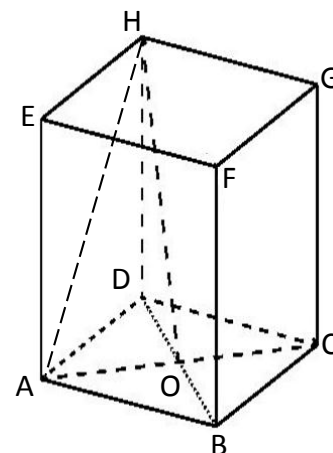
- D y C son puntos de la circunferencia situados en semiplanos diferentes con respecto a \overline{AB} ,
- \overline{DE} es tangente en D a la circunferencia,
- El punto exterior E está alineado con A, O y B,
- El $\angle CAB = 30^\circ$,
- $\overline{OD} \parallel \overline{BC}$.



- Calcula la amplitud de los ángulos interiores en el $\triangle ODE$.
- El triángulo ODB es equilátero. Fundamenta esta afirmación.
- Determina el valor del área de la región sombreada si $\overline{AB} = 6,0\text{cm}$.

5. El prisma recto ABCDEFGH de la figura tiene en una de sus bases el rombo ABCD, cuyas diagonales son $\overline{AC} = 0,8\text{dm}$ y $\overline{BD} = 4,0\text{cm}$.

- La cara AOH de la pirámide AODH es un triángulo rectángulo. Fundamenta esta afirmación.
- Calcula el valor del volumen del prisma si se conoce que la $\tan \angle DOH = \sqrt{3}$.



Temario 2-2010

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $a \in \mathbb{Q}_+$.
- b) ___ El plano que pasa por una recta y un punto exterior a esta, es único.
- c) ___ Una recta está contenida en un plano, si al menos tiene un punto común con dicho plano.
- d) ___ Si dos rectas diferentes son perpendiculares a un mismo plano, entonces son paralelas entre sí.
- e) ___ Las caras laterales de una pirámide cualquiera siempre son triángulos isósceles.

1.2 Selecciona la respuesta correcta en cada caso.

1.2.1 Si $z = (7 - 5i)(2 + 4i)$, entonces el \bar{z} es:

- ___ $-34 + 18i$ ___ $-34 - 18i$ ___ $34 - 18i$ ___ $34 - 38i$

1.2.2 El conjunto solución de la ecuación $x^3 + 4x = 0$ en el dominio de los números complejos es:

- ___ $S = \{0\}$ ___ $S = \{0; 2i; -2i\}$ ___ $S = \{0; 2; -2\}$ ___ $S = \{2i; -2i\}$

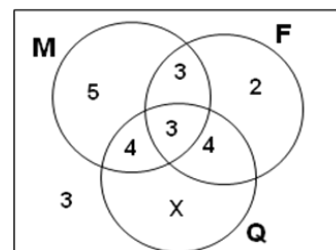
1.2.3 El argumento θ que forma la representación del número complejo $z = -\sqrt{7} - \sqrt{7}i$ es:

- ___ 30° ___ 225° ___ $-\frac{\pi}{4}$ ___ $\frac{3\pi}{4}$

2. Dada la igualdad $4 + 8 + 12 + \dots + (4n) = 2n(n + 1)$:

- a) Demuestra por inducción completa que la igualdad dada es verdadera para todo los valores de $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.
- b) Calcula la suma hasta el término con número de orden igual a 25.

3. El diagrama representa la distribución de los 30 estudiantes del grupo 12mo B en cuanto a su participación en los concursos de Matemática (M), Física (F) y Química (Q) a nivel de grupo. Los números colocados en cada región del diagrama informan sobre la cantidad de elementos de los conjuntos representados.



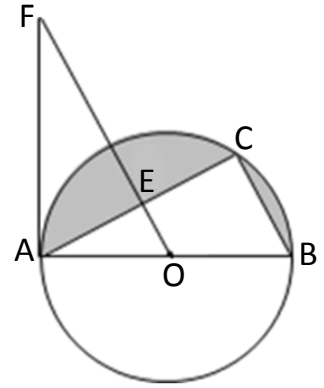
- a) Expresa qué significa “x” en el diagrama y determina su valor.
- b) Determina de cuántas maneras diferentes se pueden otorgar los tres primeros lugares entre los participantes en el concurso de Matemática.
- c) Calcula la probabilidad de que al elegir de manera aleatoria un estudiante entre los participantes en los concursos, este no haya concursado en Física.

4. En la circunferencia de centro O y diámetro $\overline{AB} = 4,0 \text{ cm}$, se conoce que:

- C es un punto de la circunferencia,
- $\overline{OF} \parallel \overline{BC}$,
- F es un punto exterior de la circunferencia, tal que \overline{AF} es tangente a esta en el punto A.
- E es el punto de intersección de \overline{AC} y \overline{OF} .

a) Prueba que los triángulos AEF y AEO son semejantes.

b) Calcula el valor del área de la región sombreada si $\overline{BC} = 2,0 \text{ cm}$.

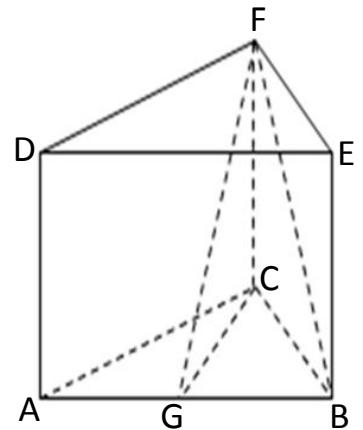


5. La figura representa el prisma recto ABCDEF de bases triangulares, se tiene además que:

- $\triangle ABC$ es isósceles de base \overline{AB} ,
- G es el punto medio de \overline{AB} ,

a) Demuestra que $\overline{BG} \perp \alpha_{FGC}$.

b) Si el $\triangle ABC$ tiene un área de 24 cm^2 , $\overline{AB} = 1,2 \text{ dm}$ y el $\angle GFC = 30^\circ$. Calcula el valor del volumen del prisma.



Temario 3-2010

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ La raíz cuadrada de cualquier número racional es siempre un número racional.
- b) ____ Dos rectas que se cortan en un punto siempre están contenidas en un plano.
- c) ____ Si una recta no está contenida en un plano se puede afirmar que no tiene puntos comunes con él.
- d) ____ Dos rectas perpendiculares a un mismo plano son perpendiculares entre sí.
- e) ____ Todas las generatrices de un cono circular recto, tienen el mismo ángulo de inclinación con respecto al círculo de la base.

1.2 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

- a) Si $z = 3\sqrt{2}cis \frac{3\pi}{4}$ entonces $|z| =$ _____.
- b) Sean $z = 4 + 3i$, su conjugado es _____.
- c) Al expresar en forma binómica el número complejo $z = \sqrt{3}cis120^\circ$ se obtiene _____.

2. Sea la igualdad $7 + 13 + 19 + \dots + (6n + 1) = S(n)$:

- a) Demuestra por inducción completa que $S(n)$ se puede determinar para cualquier $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$, a través de la fórmula $n(3n + 4) = S(n)$.
- b) Determina la suma hasta el duodécimo término.

3. El equipo de ajedrez del grupo 12mo C tiene 7 integrantes, de ellos 2 son del sexo femenino. Si como parte de su preparación realizan un torneo a nivel de grupo:

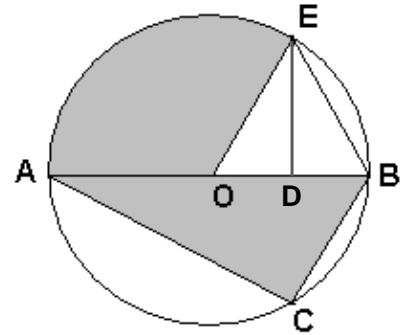
- a) ¿De cuántas formas puede quedar conformada la tabla de posiciones al finalizar el torneo sin que haya empates?
- b) ¿De cuántas maneras diferentes se pueden repartir los tres primeros lugares sin que haya empates?
- c) Al seleccionar de manera aleatoria un miembro del equipo para una entrevista. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea del sexo femenino?

4. En la circunferencia de centro en O y diámetro \overline{AB} se tiene que:

- D es el punto medio de \overline{OB} ,
- C y E son puntos de la circunferencia situados en semiplanos diferentes con respecto a \overline{AB} ,
- El $\angle BOE = 60^\circ$ y $\overline{OE} \parallel \overline{CB}$.

a) Demuestra que $\overline{BC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{BD}$.

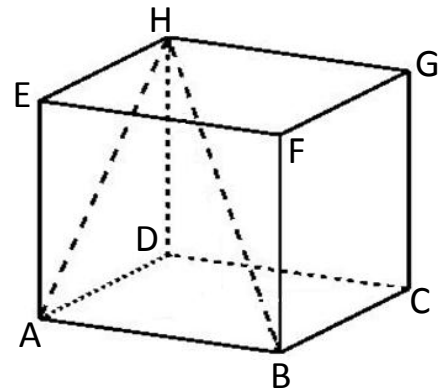
b) Si $\overline{ED} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$, calcula el valor del área de la región sombreada y la longitud del arco AE.



5. En la figura, ABCDEFGH se representa el prisma recto de bases rectangulares ABCD y EFGH.

a) Demuestra que el $\triangle HAB$ es rectángulo.

b) Si El área de cara ABFE es de 72 dm^2 , $\overline{AD} = 60 \text{ cm}$ y $\overline{HA} = 10 \text{ dm}$. Calcula el valor del volumen del prisma.



Temario 4-2010

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ El producto de dos números naturales consecutivos es par.
- b) ___ Las maneras diferentes en que los elementos del conjunto $A = \{a, b, c, d\}$ se pueden escribir en este es 24.
- d) ___ Por un punto exterior a una recta se pueden trazar infinitas rectas perpendiculares a ellas.
- f) ___ Por tres puntos del espacio no situados en línea recta pasa un plano y solo uno.
- g) ___ Las diagonales de todos los paralelogramos se cortan perpendicularmente.

1.2 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

- a) Al calcular $(2\text{cis}15^\circ + 6\text{cis}15^\circ) \cdot \frac{1}{4}\text{cis}40^\circ$ se obtiene _____.
- b) Si $z = \sqrt{3} - \sqrt{2}i$ es un número complejo, entonces la parte real de z es _____ y la parte imaginaria _____.
- c) Si $z = \sqrt{5} + 2i$ es un número complejo, entonces el módulo de z es _____.

2. Demuestra por inducción completa que para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$ se cumple que

$$6 + 12 + 18 + \dots + (6n) = 3n(n + 1).$$

- a) Determina el término de orden 35 en el miembro izquierdo de la igualdad anterior.

3. En un municipio se han captado 200 estudiantes de 9no grado para continuar estudios en la Escuela Formadora de Maestros Primario (EFMP) y en los Institutos Preuniversitarios Vocacional de Ciencias Pedagógicas (IPVCP). Si de los estudiantes que optan por IPVCP se reorientan 15 para la EFMP, ambas especialidades tendrían la misma cantidad de estudiantes captados.

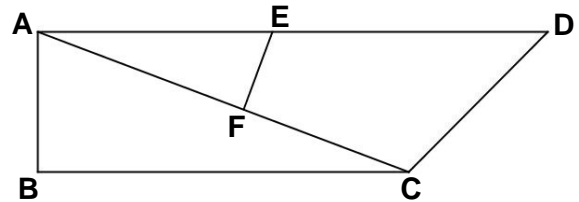
- a) ¿Cuántos estudiantes se han captado para cada tipo de centro?
- b) *Si se selecciona un estudiante al azar de entre los 200 captados, cuál es el por ciento de probabilidad de que este represente a los que optan por EFMP.

4. En la figura:

- ABCD trapezio rectángulo en B de bases \overline{AD} y \overline{BC} ,
- Los puntos F y E pertenecen a los lados \overline{AC} y \overline{AD} respectivamente,
- $\overline{EF} \perp \overline{AC}$.

a) Prueba que $\frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{EF}}$.

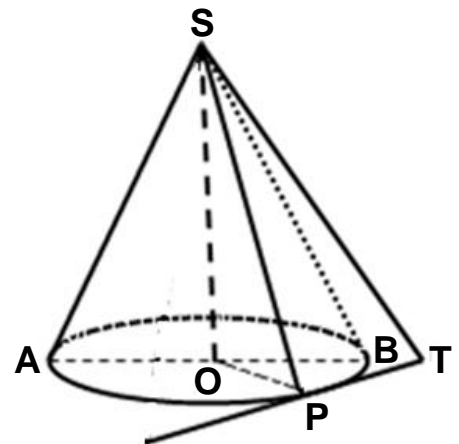
b) Si $\overline{BC} = 12\sqrt{3} dm$, $\overline{EF} = 6,0 dm$, $\overline{ED} = 15 dm$ y el $\angle ACB = 30^\circ$, calcula el valor del área del trapezio ABCD.



5. En la figura la recta PT está contenida en el plano de la base del cono circular recto de vértice S y es tangente en P a la circunferencia de centro O y radio \overline{OP} .

a) Clasifica el $\triangle SPT$ según las amplitudes de sus ángulos. Fundamenta tu respuesta.

b) Calcula el área lateral del cono si $\overline{OS} = 12 dm$ y la $\tan \angle OBS = \sqrt{8}$.



Temario 5-2011

1. Lee detenidamente y responde:

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ El dominio numérico más restringido al que pertenece $\sqrt{2}$ es el de los números racionales.
- b) ____ Si c es un número real negativo, entonces una ecuación de la forma $x^2 + c = 0$ siempre tiene soluciones reales.
- c) ____ Si a y b son dos rectas de un plano tales que $a \parallel b$ y $a \perp c$, entonces $b \perp c$.
- d) ____ En todo triángulo la amplitud de un ángulo exterior es igual a la suma de las amplitudes de dos ángulos interiores cualesquiera.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1. La cantidad de subconjuntos de p elementos que se pueden formar con un conjunto de n objetos es una:

- a) ____ Combinación b) ____ Variación c) ____ Permutación

1.2.2. El total de maneras diferentes de seleccionar un monitor de Matemática y otro de Historia (que no coincidan), en un grupo de 30 alumnos, es:

- a) ____ C_2^{30} b) ____ $30!$ c) ____ V_2^{30} d) ____ 60

1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 Si $z = -2i + 2\sqrt{3}$ es un número complejo, entonces su conjugado es _____.

1.3.1 Si $z = 2(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$ es la forma trigonométrica del número complejo z , entonces su forma binómica es _____.

2. Sea la igualdad $3 + 6 + 9 + 12 + \dots + (3n) = S(n)$.

a) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que $S(n) = \frac{3n(n+1)}{2}$, para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

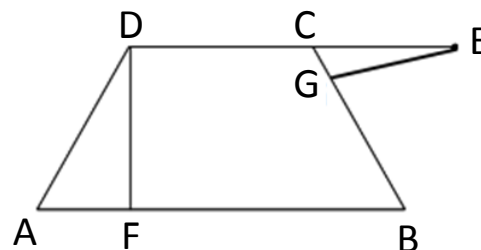
b) Calcula la suma hasta el término que le corresponde el orden cien en el miembro izquierdo de la igualdad.

3. Una fábrica produce dispositivos eléctricos de los tipos A y B. Durante la producción del pasado año la fábrica no pudo vender 38 dispositivos de ambos tipos porque estaban defectuosos. En la actualidad los trabajadores de la fábrica, con el objetivo de poderlos incorporar al comercio, han logrado reparar 27 de los dispositivos defectuosos, el 75% de los del tipo A y dos tercios de los del tipo B.

- ¿Cuántos equipos defectuosos de cada tipo produjo la fábrica el pasado año?
- * ¿Cuál es la probabilidad de que el primer dispositivo reparado haya sido del tipo A, si la selección se realizó al azar entre los 38 dispositivos defectuosos?

4. En la figura:

- Los puntos C y F pertenecen a \overline{DE} y \overline{AB} respectivamente,
- ABCD es un trapecio isósceles de bases \overline{AB} y \overline{DC} ,
- \overline{GC} es la proyección \overline{EC} sobre \overline{BC} ,
- $\overline{DF} \perp \overline{AB}$.

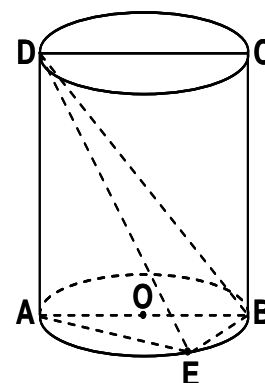


- Prueba que $\triangle AFD \sim \triangle EGC$.
- Calcula el valor del área del $\triangle AFD$ si $\overline{DF} = 8,65\text{cm}$ y el $\angle BCD = 120^\circ$.

5. La figura muestra el cilindro circular recto. De él se conoce que \overline{AB} y \overline{DC} son diámetros paralelos de la base inferior y superior respectivamente, además:

- E es un punto de la circunferencia que limita la base inferior del cilindro,
- $\overline{AB} = 4,0\text{cm}$, el $\angle BAE = 30^\circ$ y $\overline{DE} = 4\sqrt{7}\text{cm}$.

- Prueba que el $\triangle DEB$ es rectángulo.
- Calcula el volumen del cilindro.
- ¿Cuántos envases con estas dimensiones se necesitan para almacenar 753 litros de pulpa de mango?(1L---1dm³)



Temario 6-2011

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ La representación de los números reales sobre la recta numérica es la propia recta numérica.
- b) ____ Cualquier número racional x se puede representar por una fracción de la forma $x = \frac{a}{b}$, con $a \in \mathbb{Z}$ y $b \in \mathbb{Z}: b \neq 0$.
- c) ____ Todas los pares de rectas que se cortan en un plano β (beta) están contenidas en dicho plano.
- d) ____ Dos ángulos inscritos sobre un mismo arco, en una circunferencia, siempre tienen la misma amplitud.
- e) ____ Se llama distancia de un punto a un plano a la longitud del segmento determinado por dicho punto y un punto cualquiera del plano.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una “X” en cada caso.

Si en un torneo de ajedrez participan 5 jugadores, se puede afirmar que:

1.2.1 La tabla de posición puede quedar de

- a) ____ 120 b) ____ 40 c) ____ 20 d) ____ 15 formas diferentes.

1.2.2 Si 2 de los participantes son hembras, la probabilidad de que el torneo lo gane un varón es de:

- a) ____ 0,4 b) ____ 60% c) ____ $\frac{2}{5}$ d) ____ Ninguno de estos resultados

1.3 Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 Si $z_1 = 2i - 4(i - 1,5)$ es un número complejo, entonces su parte imaginaria es $\Im(z_1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

1.3.2 Si $z_2 = 2\sqrt{3} - i$ es un número complejo entonces su módulo es $|z_2| = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. Sea la igualdad $5 + 8 + 11 + 14 + \dots + (3n + 2) = S(n)$:

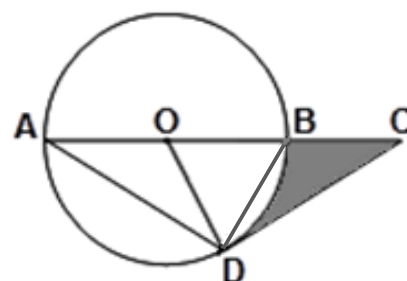
- a) Calcula el sumando que ocupa el lugar 80 en la igualdad planteada.
- b) Demuestra por inducción completa que la suma hasta el n -ésimo término se puede calcular por la fórmula $S(n) = \frac{n(3n+7)}{2}$ para todos los valores de $n \in \mathbb{N}: n \geq 1$.

3. Para diversos fines un organopónico dispone de 450L de agua, almacenada en dos tanques de diferente capacidad, completamente llenos. Durante un día se utilizó el 50% del agua contenida en el menor de los tanques y $\frac{3}{5}$ de la almacenada en el mayor de ellos, de este modo solo quedaron 200 L de agua en ambos tanques.

- ¿Cuál es la capacidad de cada tanque?
- ¿Qué tiempo demora en llenarse el mayor de los tanques, si estando completamente vacío, se abre una llave que vierte 12,5 L por minutos?

4. En la siguiente figura, el punto D pertenece a la circunferencia de centro en O y diámetro \overline{AB} .

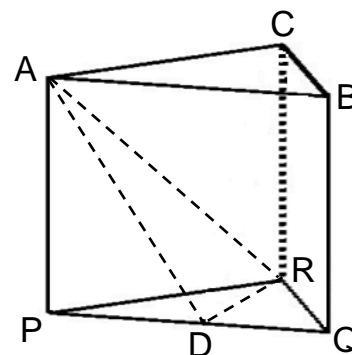
- \overline{CD} es tangente a la circunferencia en el punto D,
- C es un punto exterior a la circunferencia y $B \in \overline{AC}$,
- El $\angle BAD = 30^\circ$.



- Demuestra que $\triangle AOD = \triangle BDC$.
- Calcula el valor del área de la región sombreada y la longitud del arco AD si $\overline{AB} = 6,0 dm$.

5. La figura muestra el prisma recto cuya base inferior es el triángulo equilátero PQR y D es el punto medio de \overline{PQ} .

- Demuestra que el $\triangle ADR$ es rectángulo.
- Calcula el valor del área lateral del prisma si el $A_{\triangle PQR} = 36\sqrt{3} dm^2$ y $\overline{AD} = 10 dm$.



Temario 7-2011

1. Lee detenidamente y responde:

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ Si x es un número real cualquiera, entonces $\sqrt[n]{x} \in \mathbb{R}$ para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 2$.
- b) ___ $\mathbb{Z} \cap \mathbb{Q}_+ = \mathbb{N}$.
- c) ___ Por dos rectas paralelas pasan infinitos planos.
- d) ___ Si una recta r es perpendicular a un plano β ($r \perp \beta$), entonces r es perpendicular a todas las rectas que pasan por su pie.
- e) ___ Si $\angle ABC = 90^\circ$, donde A , B y C son puntos de una circunferencia, entonces \overline{AC} es el diámetro de dicha circunferencia.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso.

En una Copa Intercontinental de Béisbol, participaron 10 equipos:

1.2.1 El primer, el segundo y el tercer lugar podrían haber quedado de:

- a) ___ 120 b) ___ 6 c) ___ 10! d) ___ 720 formas diferentes.

1.2.2 Si por nuestro continente participaron tres equipos, entonces la probabilidad de que un equipo de América ocupara el primer lugar es:

- a) ___ $\frac{1}{3}$ b) ___ 0,3 c) ___ 0,7 d) ___ 70%

1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 Sea $(a+1)+3i=3i+2a-1$ la igualdad entre dos números complejos. Entonces el valor de a es ___.

1.3.2 Si $z=3+bi$ ($b \geq 0$) y $|z|=5$, entonces el valor de b es _____

2. Sea la igualdad $3 + 7 + 11 + 15 + 19 + \dots + (4n - 1) = S(n)$:

- a) Determina el sumando que ocupa el lugar 60.
- b) Demuestra por inducción completa que la suma hasta el término n -ésimo se puede calcular por la fórmula $S(n) = 2n^2 + n$ para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

3. En un taller de reparaciones se envasaron 274L de aceite para lubricantes en 22 recipientes de dos tipos, que se llenaron completamente. Los recipientes de menor tamaño tienen una capacidad de 10L y los mayores de 16L.

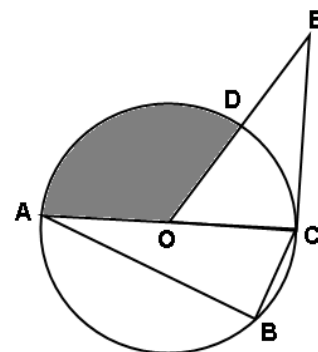
- ¿Cuántos recipientes de cada tipo se utilizaron para envasar todo el aceite?
- Si todo el aceite se envasara usando solamente recipientes de 10L de capacidad. ¿Cuántos de ellos se necesitarían?

4. En la circunferencia de centro O y diámetro \overline{AC} , se tienen que:

- B y D son puntos de la circunferencia,
- E es el punto de intersección de \overline{EC} y \overline{OE} ,
- El arco \overline{AD} tiene una amplitud de 120° ,
- C es el punto medio del arco BCD,
- El $\angle BCE = 150^\circ$.

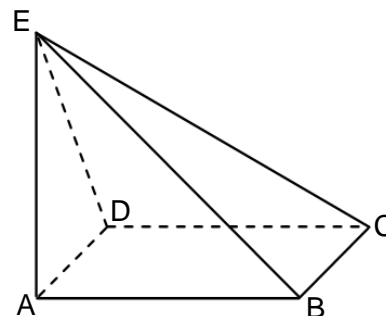
a) Demuestra que $\triangle ABC = \triangle OCE$.

b) Calcula el valor del área y la longitud de la región sombreada si $\overline{AC} = 10,0 \text{ cm}$.



5. La figura muestra la pirámide oblicua de base cuadrada ABCD y \overline{AE} su altura.

- Prueba que la cara EBC es un triángulo rectángulo en B.
- Calcula el valor del volumen de la pirámide si el $A_{\triangle AEB} = 18 \text{ cm}^2$ y el $\angle ABE = 45^\circ$.



Temario 8-2011

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ Todo número real se puede representar como una expresión decimal infinito periódico.
- b) ☐ La operación de radicación con índice impar siempre puede realizarse en el dominio de los números reales.
- c) ☐ Dos números complejos $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$ son iguales si y solo si $a = c$ y $b = d$.
- d) ☐ Una recta y un punto exterior a ella determinan un plano y solo uno.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1. La competencia de natación de la copa FEEM en la provincia Granma se realiza con la participación de 6 equipos deportivos. Entonces la tabla de posiciones finales puede resultar de:

☐ 30 ☐ 120 ☐ 720 ☐ 6 formas diferentes

1.2.2. Si dos de los equipos pertenecen a municipios costeros, la probabilidad de que uno de ellos gane la competencia en ese deporte es de:

☐ $\frac{2}{3}$ ☐ 0,3 ☐ 0,61 ☐ 67%

1.3. Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

- a) Los trapecios son cuadriláteros convexos que tienen solo una pareja de lados _____.
- b) La semirrecta que tienen su origen en el vértice de un ángulo y divide a este en dos ángulos de igual amplitud se denomina _____.

2. Sea $4 + 8 + 12 + \dots + 4n = 2n(n+1)$.

- a) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que la igualdad dada es verdadera para todos los valores de $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.
- b) Calcula la suma hasta el término que ocupa el lugar 25 en el miembro izquierdo de la igualdad.

3. Entre dos talleres se producen un total de 348 dispositivos para la reparación de equipos eléctricos. Uno de los talleres solo pudo producir tres cuartos de las piezas que le correspondía por roturas en una de sus máquinas pero se hicieron todas las piezas porque el segundo taller sobrecumplió el plan al producir 186 piezas.

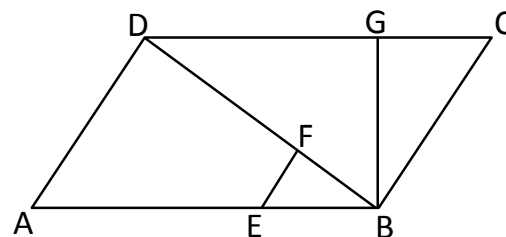
- ¿Cuántas piezas debía producir cada taller?
- ¿En qué tanto por ciento el segundo taller produjo las piezas del total de piezas producidas?

4. En la figura, ABCD es un paralelogramo con $F \in \overline{BD}$. Además se tiene que:

- E y G son puntos de los lados \overline{AB} y \overline{DC} del paralelogramo,
- $\overline{EF} \perp \overline{BD}$,
- $\overline{BG} \perp \overline{DC}$,
- $\angle ABG = \angle DBC$.

a) Demuestra que los triángulos BFE y BGC son semejantes.

b) Si $\overline{BG} = 12$ dm y el $\sin \angle BDC = \frac{3}{5}$, calcula el valor del área del triángulo BGC.

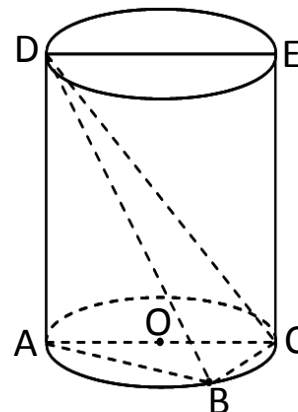


5. La figura muestra una pieza de cristal en forma de cilindro circular recto cuyo diámetro $\overline{AC} = 4,0$ cm.

- El triángulo DBC representa una lámina de bronce que se inscribe en el cilindro de forma tal que \overline{AD} es la altura del cilindro,
- B pertenece a la circunferencia de la base inferior.

a) Demuestra que la lámina de bronce representa un triángulo rectángulo.

b) Si el área lateral de la pieza es $37,0 \text{ dm}^2$, calcula el valor del volumen de la pieza de cristal.



Temario 9-2012

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ Si n es un número natural, entonces $n = 2k$ o $n = 2k + 1$, para cualquier valor de $k \in \mathbb{N}$.
- b) ☐ La ecuación $x^5 - 32 = 0$ tiene al menos una solución real.
- c) ☐ Por un punto exterior a una recta se pueden trazar infinitas rectas perpendiculares a esta.
- d) ☐ Si $z = -i + \sqrt{15}$ es un número complejo, entonces $\bar{z} = \sqrt{15} + i$.
- e) ☐ Al calcular $(5 - 4i)(2i)$ se obtiene $(-8 + 10i)$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso.

1.2.1. Si $z = \sqrt{3} + \sqrt{3}i$ es un número complejo, entonces se puede expresar como:

☐ $\sqrt{3} \text{ cis } 600$ ☐ $2\sqrt{3} (\cos 450 + i \sin 450)$ ☐ $\sqrt{6} \text{ cis } 450$ ☐ $\sqrt{6} \text{ cis } \frac{\pi}{6}$

1.2.2. En la copa FEEM provincial participaron 12 equipos representando a sus respectivas escuelas. La tabla de posiciones final puede resultar de:

☐ 12 ☐ 220 ☐ 1310 ☐ 12! formas diferentes

1.3. Completa los espacios en blanco de modo que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

1.3.1. En la tabla de frecuencias se representan los datos sobre el rendimiento en toneladas por caballerías de cierto cultivo, observados en un grupo de fincas:

- a) El tamaño de la muestra seleccionada es de _____.
- b) En la muestra observada, el rendimiento más frecuente es de _____ toneladas por caballerías.
- c) La cantidad de fincas que tienen un rendimiento mayor que 55 toneladas es _____.
- d) La probabilidad de que al profundizar en el estudio se seleccione una de las fincas que tienen un rendimiento de 55 toneladas por caballería es _____.

x_i	F_i
25	3
35	7
45	11
55	5
75	4

2. Con la intención de promover el ahorro energético en un sector residencial, dos grupos de estudiantes se comprometieron a visitar entre ambos cierto número de viviendas de un Consejo Popular. Las dos quintas partes de las viviendas asignadas al grupo B, excede en 4 a las asignadas al grupo A. Al finalizar la tarea, todas las viviendas fueron visitadas; pero el grupo B visitó 20 viviendas menos de las que le habían asignado, por lo que ambos grupos visitaron la misma cantidad.

- a) ¿Cuántas viviendas se comprometió visitar cada grupo?
- b) Calcula en qué tanto por ciento el grupo B cumplió su compromiso inicial.

3. Sea $7 + 12 + 17 + \dots + (5n + 2) = S(n)$, con $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

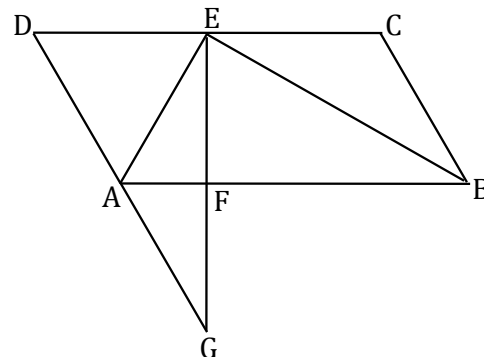
- Demuestra por inducción completa que la suma hasta el n -ésimo término se puede calcular por la fórmula $S(n) = \frac{n(5n+9)}{2}$, para todos los valores de $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.
- Calcula la suma hasta el término que le corresponde el orden 25 en el miembro izquierdo de la igualdad.

2. En la figura:

- ABCD es paralelogramo,
- $E \in \overline{DC}$,
- El $\triangle EAG$ es isósceles de base \overline{GE} ,
- A es el punto medio de \overline{GD} ,
- $\overline{BE} \perp \overline{EA}$,
- El $\angle CDA = 60^\circ$.

a) Demuestra que $\triangle EAG = \triangle BCE$.

b) Si $\overline{BC} = 4,0 \text{ cm}$, calcula el área del $\triangle GED$.



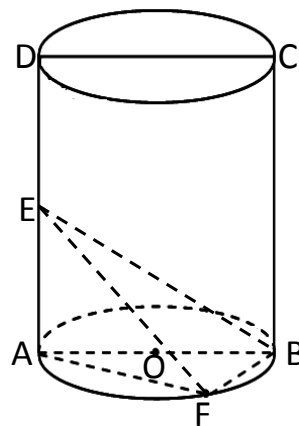
5. *La figura muestra el cilindro circular recto donde \overline{AB} y \overline{DC} son diámetros paralelos de las bases inferior y superior respectivamente, tal que:

- E es el punto medio de la altura \overline{AD} del cilindro,
- $\overline{OB} = 0,40 \text{ dm}$,
- F es un punto de la circunferencia de centro O,
- El $\angle AFE = 45^\circ$.

a) Demuestra que $\triangle EFB$ es rectángulo en F.

b) Calcula el volumen del cilindro si el $A_{\triangle AEF} = 6,0 \text{ cm}^2$.

c) ¿Cuántos dm^3 de acero se necesitan para fabricar 1 500 piezas de repuesto con forma y dimensiones similares al cilindro dado, si estas son macizas?



Temario 10-2012

1. Lee detenidamente y responde:

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ La ecuación $(x-1)^2 + 3 = 0$ tiene dos soluciones reales.
- b) ___ Si $z = -2 - 3i$, entonces el $|z|$ es un número irracional.
- c) ___ Si r es una recta y β un plano, tal que $r \parallel \beta$, entonces la recta r es alabeada a infinitas rectas que no están contenidas en β .
- d) ___ Si tres puntos de una recta pertenecen a un mismo plano, la recta está contenida en dicho plano.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso.

1.2.1. Si z es un número complejo en forma binómica con $z = -3 + \sqrt{3}i$, entonces el ángulo $\varphi(F_i)$ que forma la representación geométrica de z con el eje real tiene una amplitud de:

___ 30° ___ $\frac{11\pi}{6}$ ___ 210° ___ $\frac{5\pi}{6}$

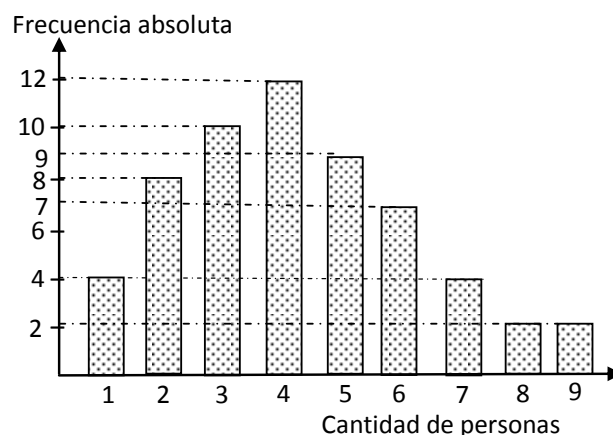
1.2.2. Un equipo de 6 estudiantes realiza un trabajo práctico sobre la orientación profesional en su grupo. La selección de 4 estudiantes para exponer el trabajo se puede hacer de:

___ 4 ___ 70 ___ 15 ___ 1 680 formas diferentes

1.3. Completa los espacios en blanco de modo que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

1.3.1. El gráfico muestra la información obtenida por un trabajador social sobre la cantidad de personas que componen los núcleos familiares de su área de atención:

- a) La variable estudiada es cuantitativa ____.
- b) La información se ha representado en un gráfico de ____.
- c) Los núcleos que aparecen con mayor frecuencia absoluta son los que están formados por ____ personas.
- d) La cantidad de núcleos integrados por más de 6 personas son ____.



2. El organopónico que atiende un preuniversitario tiene 20 canteros, entre los cultivados y los recién creados. Para fertilizarlos se dispone de 528 kg de fertilizante, se conoce que los canteros cultivados requieren cada uno de 32 kg de fertilizante, mientras los recién creados solo necesitan 18 kg.

- a) ¿Cuántos canteros de cada tipo hay en el organopónico?
- b) ¿Qué tanto por ciento del fertilizante disponible se necesitan en los canteros recién creados?

3. Sea la adición $2 + 7 + 12 + \dots + (5n + 2)$ con $n \in \mathbb{N}$:

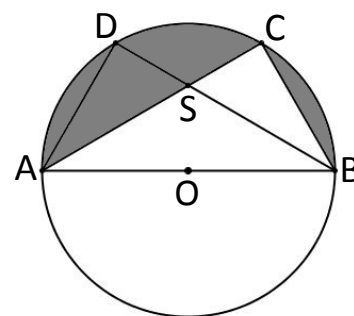
- Determina el sumando que ocupa el lugar 26.
- Demuestra por inducción completa que la suma hasta el n -ésimo término se puede calcular por la fórmula $S(n) = \frac{(n+1)(5n+4)}{2}$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

4. En la circunferencia de centro O y diámetro $\overline{AB} = 10$ cm, se tiene que:

- $\overline{BD} \cap \overline{AC} = \{S\}$,
- C y D son puntos de la circunferencia,
- Los arcos ADC y DCB son iguales.

a) Demuestra que el $\triangle ABS$ es isósceles.

b) Calcula el valor del área sombreada si $\overline{AD} = 5,0$ cm.

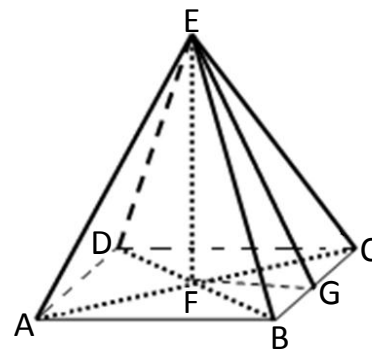


5. La figura muestra la pirámide recta que tiene como base al cuadrado $ABCD$ y altura $\overline{EF} = 7,9$ cm, además:

- F es el punto de intersección de las diagonales \overline{AC} y \overline{BD} ,
- \overline{FG} es la mediatriz relativa al lado \overline{BC} en el $\triangle BFC$,

a) Demuestra que \overline{EG} es la altura relativa a \overline{BC} en el triángulo BEC .

b) Calcula el valor del volumen de la pirámide $ABCDE$ si $\overline{EB} = 6,0$ cm y el $\angle EBG = 60^\circ$.



Temario 11-2012

1. Lee detenidamente y responde:

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ En el conjunto de los números enteros siempre es posible efectuar la operación de división.
- b) ___ Una recta y un plano son paralelos si no se intersecan.
- c) ___ Dos rectas perpendiculares a un plano no son paralelas entre sí.
- d) ___ Todo número irracional es también un número real.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una “X” en cada caso.

1.2.1. Sea el número complejo $z = \sqrt{11} + 5i$ entonces el producto de z por su conjugado \bar{z} es:
 ___ - 36 ___ - 14 ___ 36 ___ 14

1.2.2. Nora compró 6 libretas con hojas rayadas y 5 con hojas cuadriculadas y decide regalarle a su hermanito 2 libretas. Si todas las libretas están desordenadas dentro de un bolso, la probabilidad de que al escoger, al mismo tiempo dos, sean rayadas es:

___ $\frac{11}{2}$ ___ 0,5 ___ $\frac{3}{11}$ ___ $\frac{5}{6}$

1.3. Completa los espacios en blanco de modo que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

1.3.1. En la tabla se muestran datos sobre un grupo de niños que fueron atendidos durante un día en una consulta médica, organizados por grupos de edades:

- a) Asistieron a la consulta ese día un total de ___ niños.
- b) Entre todos los niños que asistieron hay ___ con menos de 10 años de edad.
- c) La frecuencia relativa correspondiente a la clase $10 \leq x < 13$ es ____.
- d) La clase mediana es la clase_____.

Grupo de edades	F_i
$1 \leq x < 4$	10
$4 \leq x < 7$	7
$7 \leq x < 10$	9
$10 \leq x < 13$	5
$13 \leq x < 16$	4

2. Sea la igualdad $\frac{3}{5} + \frac{6}{5} + \frac{9}{5} + \dots + \frac{3}{5}n = S(n)$ con $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$:

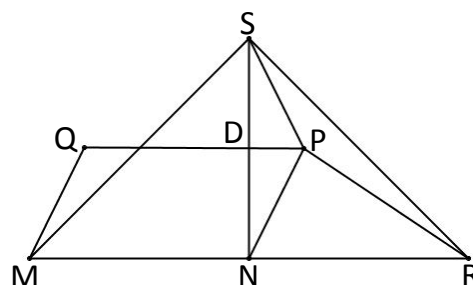
- a) Demuestra por inducción completa que $S(n) = \frac{3n(n+1)}{10}$ para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.
- b) Calcula el término que ocupa el lugar 50 en el miembro izquierdo de la igualdad.

3. Si Cuba comprara una tonelada de un producto A y una tonelada de otro producto B en el mercado de los Estados Unidos, tendría que pagar un precio de 2 100 dólares en total por las dos toneladas. Desafortunadamente, la compra debe efectuarse en otros mercados en los que el precio de una tonelada del producto A se triplica, mientras que por una tonelada del producto B habría que pagar 1 600 dólares más. Si el nuevo precio del producto A excede en 1 100 dólares al nuevo precio del B.

- ¿Cuánto habría que pagar por una tonelada de cada producto si se comprara en el mercado de los Estados Unidos?
- ¿En qué por ciento se incrementaría el precio de una tonelada del producto B al comprarla en otro mercado?

4. En la figura MNPQ es un paralelogramo, N punto medio de \overline{MR} , el $\triangle NPS$ es isósceles de base \overline{NS} y $\overline{NS} \perp \overline{PQ}$.

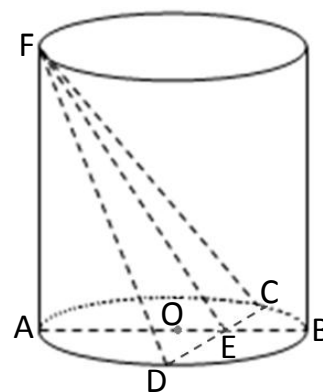
- Demuestra que $\overline{MS} = \overline{RS}$.
- Si $\overline{MQ} = 5,0$ cm, y $\overline{NS} = 8,0$ cm, calcula el valor del área del $\triangle NPS$.



5. La figura muestra el cilindro circular recto cuya base inferior es el círculo de centro O y diámetro \overline{AB} . Además se conoce que:

- C y D son puntos de la circunferencia,
- E es el punto de intersección de \overline{AB} y \overline{CD} ,
- E es el punto medio de \overline{CD} ,
- \overline{AF} es la generatriz del cilindro.

- Demuestra que el $\triangle DEF$ es rectángulo.
- Si $\overline{AB} = 4,0$ cm y el área lateral del cilindro es $31,4$ cm², calcula el volumen del cilindro.



Temario 12-2012

1. Lee detenidamente y responde:

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ El conjunto de los números reales está formado por la unión del conjunto de los números racionales y el de los irracionales.
- b) ___ Si $A = \{ \frac{1}{2^2}; 3; -5; 0 \}$ es un subconjunto de los números enteros.
- c) ___ Si una recta es perpendicular a una recta de un plano que pasa por su pie, entonces es perpendicular al plano.
- d) ___ La solución de la ecuación $x - iy = 4$ es $x = 4$, $y = 0$.
- e) ___ Dados los números complejos $z_1 = -\sqrt{3}(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ)$ y $z_2 = -\sqrt{3} \operatorname{cis} 15^\circ$, entonces $z_1 z_2 = 3 \operatorname{cis} 45^\circ$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso.

1.2.1. Si $w = -3i - 3\sqrt{2}$ es un número complejo, entonces su módulo es:

___ $\sqrt{3}$ ___ $\sqrt{15}$ ___ 3 ___ $3\sqrt{3}$

1.2.2. En la competencia de baloncesto de la copa FEEM provincial participaron 7 equipos. Las maneras diferentes en que pueden quedar ordenados los equipos, si el primer y segundo lugar ya está definido y no hay empate en el tercer lugar es de:

___ 21 ___ 42 ___ 120 ___ 420

1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

1.3.1. En una investigación antropométrica realizada en un preuniversitario se midieron los pesos (en kg) de una muestra de estudiantes, representada en la tabla siguiente:

- a) La variable observada es cuantitativa _____.
- b) El tamaño de la muestra seleccionada es _____.
- c) La frecuencia absoluta de la clase modal es _____.
- d) La probabilidad de que al seleccionar al azar un estudiante de entre la muestra, este tenga un peso correspondiente a la clase mediana es _____.

Intervalo	Fi	fi
[51; 57)	1	0,025
[57; 62)	8	0,2
[62; 67)	14	0,3
[67; 72)	11	0,275
[72; 77)	6	0,15

2. Sea la igualdad $5 + 9 + 13 + \dots + (4n + 1) = S(n)$ con $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

- a) Calcula el sumando que ocupa el lugar 35 en el miembro izquierdo de la igualdad.
- b) Demuestra por inducción completa que la suma hasta el n-ésimo término se puede calcular por la fórmula $S(n) = n(2n + 3)$ para todo los valores de $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

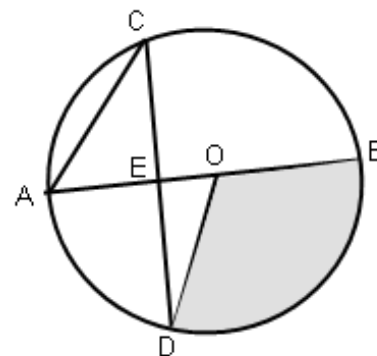
3. En un organopónico la cosecha de tomate de un día se clasifica por su calidad en A y B. La cantidad de tomates de calidad A excede en 100 libras a los de calidad B. La venta de la cosecha reportó un total de \$2 090,00 debido a que el tomate de calidad A se vendió a \$5,00 la libra, mientras que el de calidad B se vendió a \$2,40.
- ¿Cuántas libras de tomate de calidad A se cosecharon ese día?
 - Si toda la cosecha hubiera sido de calidad A, ¿en qué tanto por ciento aumentaría la ganancia en pesos, con respecto a la ganancia real?

4. En la circunferencia de centro O y diámetro $\overline{AB} = 10\sqrt{3}$ cm, se tiene que:

- C y D son puntos de la circunferencia,
- E es la intersección de \overline{DC} y \overline{AB} ,
- $\overline{DC} \perp \overline{AB}$,
- El $\angle ABD = 30^\circ$.

a) Demuestra que $\frac{\overline{AC}}{\overline{DO}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EO}}$.

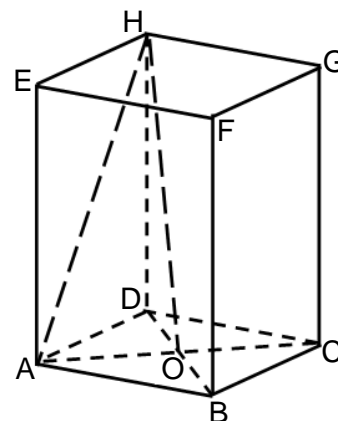
- b) Calcula el valor del área y el perímetro de la región sombreada.



5. La figura muestra el prisma recto que tiene como bases los rombos ABCD y EFGH.

- \overline{AC} y \overline{BD} son diagonales de la base inferior del prisma.

- Prueba que el $\triangle AOH$ es rectángulo.
- Calcula el valor del volumen del prisma y el área total de la pirámide AODH si $\overline{AC} = 1,6$ dm, $\overline{BD} = 8,0$ cm y el $\angle DOH = 60^\circ$.



Temario 13-2013

1. Lee detenidamente y responde:

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

- a) ___ El dominio numérico más restringido al que pertenece el número $-2,172\overline{53}$ es el dominio de los números reales.
- b) ___ Una recta es paralela a un plano si es paralela a una recta contenida en dicho plano.
- c) ___ Sea el número complejo $z_1 = \frac{8}{3}i - \sqrt{2}$ entonces su conjugado es el número complejo $\overline{z_1} = \frac{8}{3}i - \sqrt{2}$.
- d) ___ Si en una ecuación cuadrática se cumple que el discriminante D es menor que cero, entonces dicha ecuación tiene dos soluciones reales.
- e) ___ Dados los números complejo $z_1 = \rho_1 \text{cis} \theta_1$ y $z_2 = \rho_2 \text{cis} \theta_2$ se tiene que $z_1 : z_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \text{cis}(\theta_1 - \theta_2)$.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una “X” en cada caso.

1.2.1 Si $z = \sqrt{3} + \sqrt{3}i$ es un número complejo, entonces z en forma trigonométrica es igual a

- a) ___ $\sqrt{3} \text{cis} 60^\circ$ b) ___ $2\sqrt{3} (\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$ c) ___ $\sqrt{6} \text{cis} 45^\circ$ d) ___ $\sqrt{6} \text{cis} \frac{\pi}{6}$

1.2.2 La cantidad de maneras diferentes de seleccionar dos de los 25 atletas de un equipo es:

- a) ___ C_2^{25} b) ___ $25!$ c) ___ V_2^{25} d) ___ $25 \cdot 2 = 50$

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

La tabla muestra un registro de la cantidad de metros(m) lanzados por una jabalinista en varios lanzamientos, durante una sesión de entrenamiento para una competencia:

- a) La amplitud de cada clase es de _____ metros.
- b) La clase modal es la clase _____.
- c) La cantidad de lanzamientos mayores e igual a 64m es _____.
- d) La cantidad total de lanzamientos realizados fue de _____.

Cantidad de metros	Fi
[60; 62)	2
[62; 64)	3
[64; 66)	3
[66; 68)	6
[68; 70)	7

2. Demuestra aplicando el principio de inducción completa que para todo $n \in \mathbb{N}$, se cumple que

$$4 + 10 + 16 + \dots + (6n + 4) = (n + 1)(3n + 4).$$

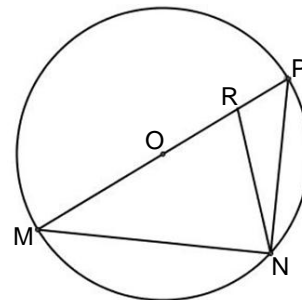
- a) Determina el término de orden 43.

3. En un depósito de materiales de la construcción se tenían almacenados para vender a la población 450 tubos plásticos: modelo A y modelo B. Del total de los tubos que habían en el almacén Pedro compró las tres quintas partes de la cantidad de tubos del modelo A y $\frac{7}{8}$ del total de la cantidad de tubos del modelo B; quedando en el almacén 125 tubos plásticos.

- ¿Cuántos tubos de cada modelo había en el almacén?
- ¿En qué cantidad los tubos del modelo B comprados por Pedro excede a la cantidad de tubos comprados del modelo A?

4. (*) En la circunferencia de centro O y diámetro \overline{MP} , se tiene que:

- N es punto de la circunferencia,
- M, O, R y P son puntos alineados,
- $\angle RNP = 15^\circ$,
- El $\widehat{MN} = 120^\circ$.

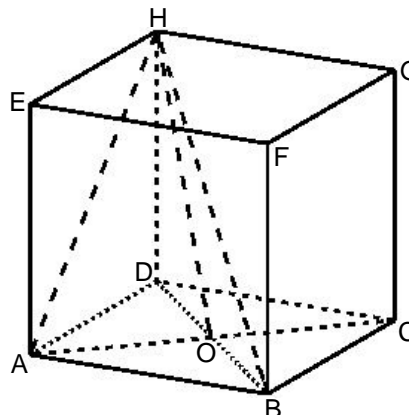


- Prueba que el $\triangle RMN$ es isósceles de base \overline{NR} .
- Si la longitud de la circunferencia es igual a 10π dm, calcula el área del $\triangle RMN$.

5. En la figura se muestra el prisma recto ABCDEFGH cuya base inferior es el rombo ABCD, además:

- O es el punto de intersección de las diagonales del rombo ABCD,
- el $\triangle HAB$ es rectángulo en A.

- Demuestra que la base del prisma ABCD es un cuadrado.
- Si $\overline{OD} = 2,0\text{cm}$ y $\overline{OH} = 4,0\text{cm}$, determina el valor del volumen del prisma.



Temario 14-2013

1.- Lee detenidamente y responde:

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ El conjunto de los números enteros es un subconjunto del conjunto de los números racionales.
- b) ___ El resultado de calcular $\sqrt{(3+4i)(3-4i)}$ es un número irracional.
- c) ___ Si una recta es perpendicular a dos rectas de un plano que se cortan en su pie, entonces es perpendicular al plano.
- d) ___ Si $z = x - yi$ entonces el número complejo z y su conjugado \bar{z} tienen el mismo módulo.
- e) ___ Dos rectas que se cortan en un mismo punto determinan dos planos.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1 El número complejo $z = 2\text{cis}210^\circ$ se puede expresar en forma binómica como:

- a) ___ $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
- b) ___ $1 + \sqrt{3}i$
- c) ___ $1 - \sqrt{3}i$
- d) ___ $-\sqrt{3} - i$

1.2.2. En una caja se tienen 28 tornillos sin defectos, 9 defectuosos y 3 que no corresponden a las medidas reflejadas en la caja. La probabilidad de que al escoger al azar uno de estos tornillos no tenga defectos es de:

- a) ___ $\frac{1}{40}$
- b) ___ $\frac{7}{10}$
- c) ___ $\frac{10}{7}$
- d) ___ $\frac{1}{28}$

1.3. Completa los espacios en blanco de modo que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

Los resultados de una investigación realizada para determinar la cantidad de mililitros de lluvia caída en diferentes zonas del país, se muestran en la siguiente tabla de frecuencias:

- a) La variable estudiada se clasifica como cuantitativa _____.
- b) El tamaño de la muestra seleccionada es _____.
- c) La cantidad de zonas en que cayó menos de 51,5 mL de lluvia es _____.
- d) En el _____ por ciento de las zonas estudiadas cayó 67,5 o más mililitros de lluvia.

Cantidad de lluvias caída (mL)	Fi
[27,5; 35,5)	4
[35,5; 43,5)	5
[43,5; 51,5)	7
[51,5; 59,5)	3
[59,5; 67,5)	5
[67,5; 75,5)	4
[75,5; 83,5)	4
[83,5; 91,5)	1

2. Demuestra aplicando el principio de inducción completa que para todos los $n \in \mathbb{N}$ se cumple que

$$4 + 9 + 14 + \dots + (5n + 4) = \frac{(n+1)(5n+8)}{2}.$$

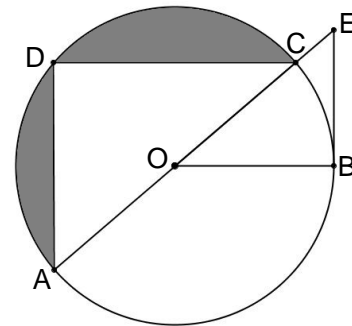
- a) Calcula la suma de los primeros 21 términos.

3. En la circunferencia de centro O y diámetro \overline{AC} , se tiene que:

- A, B, C y D son puntos de la circunferencia,
- \overline{EB} es tangente a la circunferencia en el punto B,
- $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$,
- A, O, C y E son puntos alineados.

a) Demuestra que $\angle ACD = \angle EOB$.

b) Calcula la longitud del radio de la circunferencia y el valor del área sombreada si el $\sin \angle EOB = \frac{4}{5}$ y $\overline{CD} = 6,0 \text{ cm}$.



4. Xiomara y Ana Lidia, durante dos días de recolección de café en las montañas pinareñas, lograron llenar 104 latas del preciado grano entre las dos.

a) Si Xiomara le cediera a Ana Lidia el 20% de la cantidad de latas que logró llenar, ambas tendrían la misma cantidad de latas llenas de café, ¿cuántas latas de granos de café logró llenar cada una?

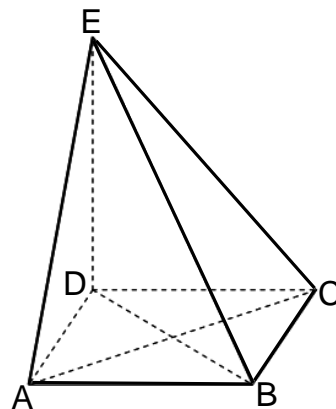
b) Si entre las dos lograron recolectar el equivalente a 3 640 libras de café y se conoce que en todas las latas había la misma cantidad de café. Determina en cuántas libras, la cantidad recolectada por Xiomara, excedió a la cantidad recolectada por Ana Lidia.

5. La figura muestra la pirámide oblicua ABCDE cuya base es el cuadrado ABCD y su volumen es $V = 324 \text{ cm}^3$, la altura de la pirámide $\overline{ED} = 12 \text{ cm}$.

a) Demuestra que el $\triangle EAB$ es rectángulo en A.

b) Calcula el área de la base de la pirámide.

c) Si se construye un frasco con la misma capacidad que el de la pirámide ABCDE para envasar perfume y se tiene un tanque que contiene 162 dm^3 de dicho perfume, ¿cuántos frascos se podrán llenar totalmente?



Temario 15-2013

1. Lee detenidamente y responde:

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$
- b) Tres rectas que se cortan dos a dos determinan un plano único.
- c) El número complejo $z = 8 + 5i$ es la suma de $(3 + 2i)$ y $(5 + 3i)$.
- d) Una de las raíz cuarta de 16 es $2\text{cis}90^\circ$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1. Si $w = 2 - 2\sqrt{3}i$ es un número complejo, entonces el argumento de w es:

___ 120° ___ 60° ___ 300° ___ 30°

1.2.2. Si se cuenta con 9 candidatos para elegir un presidente, un vicepresidente y un secretario para el jurado del evento municipal de Sociedades Científicas, entonces las formas diferentes en que se puede realizar la elección es de:

a) ___ 15 b) ___ 20 c) ___ 84 d) ___ 504

1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

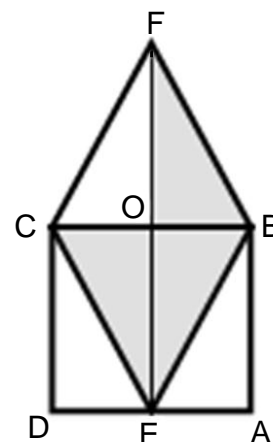
La tabla recoge los datos de las mediciones en metros de la estatura de los atletas de una escuela deportiva. Para el estudio se seleccionaron atletas que practican béisbol, voleibol, atletismo y natación:

- a) La variable observada es cuantitativa _____.
- b) El tamaño de la muestra seleccionada es _____.
- c) La frecuencia absoluta de la clase modal es la clase _____.
- d) La frecuencia relativa de la clase mediana es la clase _____.

Clases	Fi
[1,25; 1,35)	29
[1,35; 1,45)	37
[1,45; 1,55)	41
[1,55; 1,65)	18

2. En la figura, O es el punto de intersección de las diagonales del rombo EBFC y E es punto medio de \overline{AD} , lado del cuadrado ABCD.

- a) Clasifica el cuadrilátero EABC. Argumenta tu respuesta.
- b) Prueba que el $\angle DCE = \angle OFB$.
- c) Si el perímetro del cuadrado es 36 dm, determina el área sombreada.



3. Sea la igualdad $5 + 11 + 17 + \dots + (6n - 1) = S(n)$ con $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$:

- Calcula el sumando que ocupa el lugar 45.
- Demuestra por inducción completa que la suma hasta el n -ésimo término se puede calcular por la fórmula $S(n) = n(3n + 2)$ para todo los valores de $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

4. El plan de producción de pienso de una fábrica A excede en 30 toneladas (t) a lo planificado por la otra fábrica B para el mismo año. Al concluir el primer semestre, la fábrica A había producido el 40% de su plan y la B las tres décimas partes del plan, acumulando entre las dos 47 t de pienso.

- ¿Cuál es el plan de producción de cada fábrica?
- Al finalizar el mes de junio, ambas fábricas se favorecen con una innovación de la ANIR que les permite producir 5,7 t de pienso como promedio mensual. Verifica mediante el cálculo si la fábrica A logró cumplir el plan de producción.

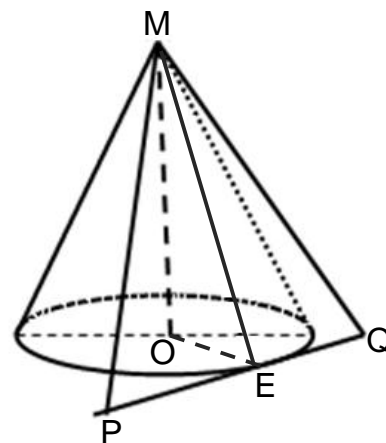
5. La figura muestra el cono circular recto de altura \overline{MO} tal que:

- $\overline{OE} = r = 5\sqrt{2}$ cm,
- La generatriz \overline{ME} forma un ángulo de 60° con el círculo de la base del cono,
- \overline{PQ} tangente a la circunferencia en el punto E.

a) Demuestra que \overline{ME} es la altura relativa al lado \overline{PQ} en el $\triangle PMQ$.

b) Calcula la altura del cono si se sabe que tiene un volumen igual a $23,3\sqrt{3}\pi$ cm³.

c) Calcula el valor del área lateral del cono.



Temario 16-2013

1. Lee detenidamente y responde:

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ El conjunto de los números irracionales es un subconjunto del conjunto de los números complejos.
- b) ☐ Si $z = 3 + \sqrt{2}i$ es un número complejo, entonces su conjugado \bar{z} es $\bar{z} = -3 - \sqrt{2}i$.
- c) ☐ Si un suceso A puede ocurrir en n_A casos de n casos posibles e igualmente probables, la probabilidad de A es el cociente $\frac{n_A}{n}$.
- d) ☐ Si una recta tiene dos puntos en el plano, entonces está contenida en dicho plano.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1. Los valores de $x, y \in \mathbb{R}$ que satisfacen la ecuación $2x + (y-4)i = 8 - 4i$, son:

- a) ☐ $x=8; y=4$ b) ☐ $x=4; y=-4$ c) ☐ $x=4; y=0$ d) ☐ $x=-4; y=0$.

1.2.2. Un equipo de 6 estudiantes realizó un trabajo de investigación sobre Historia de la Matemática. Para la exposición del trabajo se seleccionaron 4 estudiantes. Las diferentes maneras en que pueden seleccionarse los 4 estudiantes está dada por el resultado de calcular.

- a) ☐ $6 \cdot 4$ b) ☐ $6!$ c) ☐ ${}_4P_6$ d) ☐ ${}_4C_6$

1.3. Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

Los resultados de una investigación realizada para determinar el ritmo cardíaco de varias personas en un policlínico, se han obtenido en correspondencia con la cantidad de pulsaciones por minuto de cada persona. Resultados estos que se muestran en la siguiente tabla de frecuencia:

- a) El tamaño de la muestra seleccionada es _____
- b) La amplitud de clase es de _____ pulsaciones.
- c) La frecuencia relativa expresada como tanto por ciento de la clase modal es _____.

Cantidad de pulsaciones por minuto	Fi
46 - 58	10
59 - 71	40
72 - 84	50
85 - 97	40
98 - 110	15
111 - 123	5

2. Demuestra aplicando el principio de inducción completa que para todos los $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$ se cumple que $18 + 36 + 54 + \dots + 18n = 9n(n+1)$.

- a) Calcula la diferencia de los términos que ocupan el lugar duodécimo y octavo en el primer miembro de la igualdad.

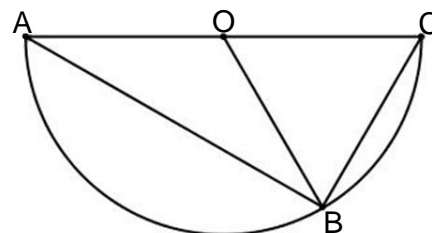
3. Dos brigadas de estudiantes de un preuniversitario que participaron en la recogida de papas se propusieron recoger conjuntamente en un día 340 sacos de papas. Después de terminar la jornada de la mañana la brigada 1 había recogido las tres quintas partes de lo que se propuso recoger y la brigada 2 el 20%, por lo que recogieron en esa jornada conjuntamente 124 sacos.

- ¿Cuántos sacos de papas se propuso recoger cada brigada ese día?
- ¿En cuánto excedió la cantidad de sacos de papas recogida por la brigada 1 a la recogida por la brigada 2 en la jornada de la mañana?

4. En la figura se muestra el semicírculo de centro O y diámetro \overline{AC} , en el que se ha inscrito el triángulo ABC, además se conoce que:

- El $\angle CAB = 30^\circ$,
- El área del semicírculo es aproximadamente igual a $6,28 \text{ cm}^2$.

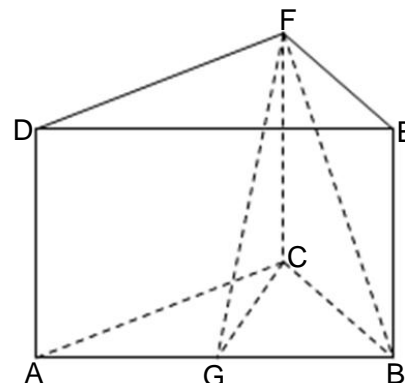
- Demuestra que el $\triangle COB$ es un triángulo equilátero.
- Calcula el valor del perímetro del $\triangle COB$ y el del semicírculo.



5. La figura muestra el prisma recto ABCDEF cuya base es el $\triangle BCA$ rectángulo en C.

- \overline{FC} altura del prisma,
- \overline{CG} es la altura del $\triangle BCA$ relativa al lado \overline{AB} ,
- El ángulo que forma la oblicua \overline{FG} con su proyección es de 30° ,

- Demuestra que el $\triangle FGB$ es rectángulo.
- Calcula el valor del volumen del prisma si $\overline{CG} = 4,8 \text{ cm}$ y $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$.



Temario 17-2014

1. Lee detenidamente y responde:

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ La raíz cuadrada de todo número real, siempre es un número real.
- b) ____ Si dos rectas no están en un mismo plano entonces son alabeadas.
- c) ____ Una recta es perpendicular a un plano si es perpendicular a una recta de ese plano que pasa por su pie.
- d) ____ El número de maneras posibles de seleccionar una vocal y una consonante (en ese orden) de la palabra "PRUEBAS" es 12.
- e) ____ Si $z = \rho \text{cis} \theta$ entonces $z^n = \rho^n \text{cis} n\theta$ ($n \in \mathbb{N}$).

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1 Si $z = 2 \text{cis} 30^\circ$ entonces el número z expresado en forma binómica es igual a:

- a) ____ $\sqrt{3} + i$ b) ____ $2 + i$ c) ____ $\sqrt{3} - i$ d) ____ $1 + \sqrt{3}i$

1.2.2. De 8 estudiantes que integran la Sociedad Científica sobre Resolución de Problemas Aritméticos, 3 son hembras. La probabilidad de que al seleccionar al azar un estudiante para que sea el responsable y que este sea un varón es:

- a) ____ $\frac{3}{8}$ b) ____ $\frac{5}{11}$ c) ____ 0,625 d) ____ $\frac{3}{11}$

1.3. Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

1.3.1. En la siguiente tabla de frecuencias, se registran las estaturas de 20 estudiantes que participan en un evento deportivo:

- a) La variable estudiada se clasifica como cuantitativa ____.
- b) La clase mediana es la clase ____.
- c) La marca de la clase R es igual a ____ metros.
- d) La cantidad de estudiantes con estatura inferior a 1,80 m es ____.

Estaturas (metros)	Fi
P:[1,60; 1,70)	4
Q:[1,70; 1,80)	10
R:[1,80; 1,90)	6

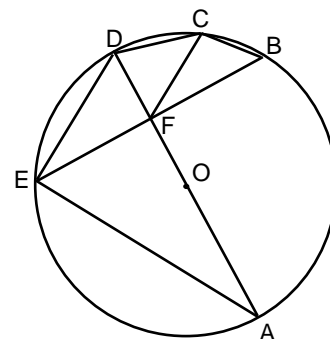
2. Demuestra aplicando el principio de inducción completa que para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$ se cumple

que $3 + 8 + 13 + \dots + (5n - 2) = \frac{5n^2 + n}{2}$.

- a) ¿Qué lugar ocupa el sumando 498 en el miembro izquierdo de la igualdad anterior?

3. En la circunferencia de centro O y diámetro \overline{AD} se cumple que:

- Los puntos B, C y E pertenecen a la a circunferencia,
- $\overline{AE} \parallel \overline{BC}$,
- El cuadrilátero EFCD es un trapecio de bases \overline{DE} y \overline{CF} ,
- El $\angle CFA = 120^\circ$,
- F pertenece a \overline{AD} y es el punto medio de \overline{BE} .



a) Demuestra que $\triangle DEA \sim \triangle BCF$.

b) Calcula el perímetro del $\triangle BCF$ si $\overline{AD} = 18 dm$.

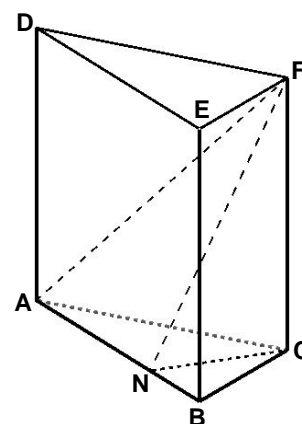
4. En un almacén se tienen 170 sacos, algunos contienen arroz y otros frijoles. Después de extraer el 30 % de los que contienen arroz y la novena parte de los que contienen frijoles, quedando almacenados 136 de ellos.

a) ¿Cuántos sacos de arroz se encontraban al inicio en el almacén?

b) Si se tiene que enviar arroz para 1 060 personas evacuadas por intensas lluvias a una razón de 1,5 libras por cada una y conociendo que cada saco contiene 100 libras, ¿cuántos sacos (llenos) de arroz se debe enviar para cubrir la demanda?

5. En la figura:

- ABCDEF es el prisma recto macizo de base triangular,
- El $\triangle ABC$ es rectángulo en C,
- $\overline{NB} = 3,00 dm$,
- \overline{CN} es la altura relativa al lado \overline{AB} en el $\triangle ABC$,
- $\tan \angle FAC = \frac{2\sqrt{5}}{15}$.



a) Prueba que el $\triangle ANF$ es rectángulo en N.

b) Calcula el volumen del prisma.

c) Conservando la base del prisma dado, se obtuvo otro prisma de altura H despreciándose $130 dm^3$ de su material. ¿En cuántos dm disminuyó aproximadamente la altura del prisma original con respecto al nuevo prisma?

Temario 18-2014

1. Lee detenidamente y responde:

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ Todo número escrito de la forma $\frac{a}{b}$ con a y b que pertenecen al conjunto de los números enteros, es un número racional.
- b) ___ Si b es un número entero positivo, entonces una ecuación de la forma $x^2 + b = 0$ siempre tiene dos soluciones imaginarias.
- c) ___ Si 2 de los 5 deportistas de un equipo de atletismo son varones, entonces la probabilidad de que al seleccionar un deportista sea hembra es 0,6.
- d) ___ Dos rectas perpendiculares a un plano no están en un mismo plano.
- e) ___ Si desde un punto exterior a un plano se traza una recta perpendicular al plano y varias rectas oblicuas a dicho plano, entonces la longitud de cualquier segmento de oblicua es mayor que la longitud del segmento de perpendicular trazado al plano.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una “X” en cada caso.

1.2.1 En un concurso de Historia de Cuba participaron 6 estudiantes de preuniversitario, entonces los tres primeros lugares (sin que haya empates) pueden quedar ubicados de:

- a) ___ 18 b) ___ 720 c) ___ 20 d) ___ 120 maneras diferentes

1.2.2 Si $z = \sqrt{3}i + 3$ es un número complejo, entonces dicho número puede expresarse en forma trigonométrica como:

- a) ___ $3\sqrt{3}(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$ b) ___ $2\sqrt{3} \operatorname{cis} 30^\circ$ c) ___ $6 \operatorname{cis} 30^\circ$ d) ___ $6 \operatorname{cis} 60^\circ$

1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

La tabla recoge las notas alcanzadas en el Primer Trabajo de Control Parcial (TCP) de Química de 33 estudiantes de un grupo de 12^{mo} Grado:

- a) La variable objeto de estudio es _____.
- b) La clase modal es la clase _____.
- c) La cantidad de estudiantes que alcanzaron notas superiores e iguales a 80 puntos en el TCP fue de _____ estudiantes.
- d) La amplitud o el rango de la clase C es de _____ puntos.

Notas alcanzadas	Fi
A:[60; 70)	5
B:[70; 80)	15
C:[80; 90)	10
D:[90;100)	3

2. Demuestra aplicando el principio de inducción completa que para todo

$n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$ se cumple que $5 + 9 + 11 + \dots + (4n + 1) = n(2n + 3)$.

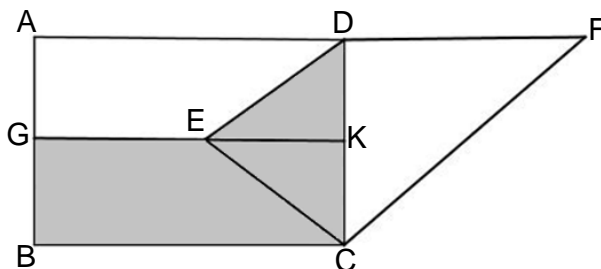
- a) Si el valor de un sumando es 289, ¿qué lugar ocupa este en el miembro izquierdo de la igualdad?

3. En la figura:

- ABCD es un rectángulo.
- DECF es un trapecio rectángulo de bases \overline{DE} y \overline{CF} , G es el punto medio de $\overline{AB} = 6,0 \text{ cm}$,
- Los puntos F y K pertenecen a la prolongación de \overline{AD} y \overline{GE} respectivamente, $k \in \overline{CD}$,
- $\overline{GE} \parallel \overline{BC}$.

a) Clasifica el triángulo $\triangle DEC$ según la longitud de sus lados.

b) Calcula aproximadamente el área de la región sombreada si $\overline{GE} = 5,0 \text{ cm}$ y $P_{ABCD} = 30 \text{ cm}$.



4. Durante la realización de un censo de población en un Consejo Popular participaron dos brigadas de estudiantes. La cantidad de casas asignadas a la primera brigada excedió en 480 a la cantidad asignada a la segunda brigada. Cuando la primera brigada había visitado el 80% del número de casas que se le asignaron y la segunda brigada la cuarta parte de la cantidad de casas que le correspondía, a la segunda brigada le faltaban por visitar 300 casas más que a la primera brigada.

a) ¿Cuántas casas se le asignaron a cada brigada?

b) ¿Qué parte del total de casas visitadas le asignaron a la segunda brigada?

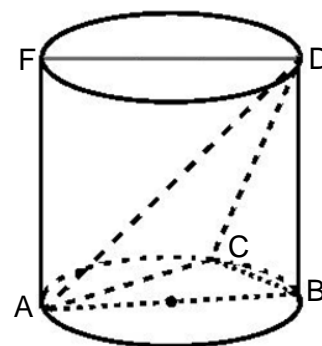
5. La figura representa el cilindro circular recto, de la cual se conoce que:

- Los puntos A, B y C pertenecen a la circunferencia con \overline{AB} y \overline{FD} diámetros paralelos de las bases inferior y superior respectivamente.

a) Prueba que $\triangle ACD$ es rectángulo en C.

b) Calcula el volumen del cilindro si $\overline{BD} = 4,0 \text{ cm}$ es la altura del cilindro y el $\angle DAB = 45^\circ$.

c) Si se desea construir 10 columnas de iguales dimensiones que el cilindro representado como soporte para fundir una placa sobre ella, ¿cuántos dm^3 de hormigón se necesitarían?



Temario 19-2014

1. Lee detenidamente y responde:

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ Si a es un número real cualquiera y n ($n > 1$) un número natural impar, entonces siempre es posible calcular $\sqrt[n]{a}$.
- b) ___ Existe el triángulo ABC; tal que $\overline{AB} = 3,0\text{ cm}$, $\overline{BC} = 2,8\text{ cm}$ y $\overline{AC} = 6,0\text{ cm}$.
- c) ___ El conjugado del número complejo $z = a + bi$ es $\bar{z} = -a - bi$.
- d) ___ Dos rectas paralelas a un mismo plano necesariamente no son paralelas entre sí.
- e) ___ El número de permutaciones que se pueden formar con los elementos del conjunto $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ es 120.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1 El argumento ϕ , del número complejo $z = -3$, tiene una amplitud de:

- a) ___ 0° b) ___ 270° c) ___ 2π d) ___ 180°

1.2.2. Si 3 de los 8 equipos de béisbol que participaron en un torneo intercontinental son de América, entonces la probabilidad de que el ganador del torneo no sea de América es:

- a) ___ $\frac{3}{8}$ b) ___ $\frac{5}{11}$ c) ___ $\frac{5}{8}$ d) ___ $\frac{3}{11}$

1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

1.3.1. En una investigación antropométrica se registraron los pesos (masa corporal) de 80 estudiantes universitarios como se muestran en la siguiente tabla de frecuencia:

- a) La marca de clase de la clase D es _____.
- b) El rango del conjunto de datos es _____ libras.
- c) Los pesos corporales más frecuentes entre los 80 estudiantes está entre _____ libras.
- d) El _____ % de los estudiantes tienen un peso inferior a las 161 libras.

Peso (en libras)	Fi
A: 121-131	8
B: 131-141	9
C: 141-151	11
D: 151-161	8
E: 161-171	15
F: 171-181	10
G: 181-191	13
H: 191-200	6

2. En un Instituto Preuniversitario Rural se elaboraron 360 litros de puré de tomate que fueron envasados en recipientes de 20 y 15 litros de capacidad. Si en total se utilizaron 20 recipientes, todos a su máxima capacidad.

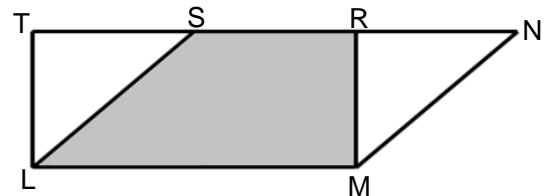
- a) ¿Cuántos recipientes de cada tipo se utilizaron?
- b) ¿Qué tanto por ciento del total de litros de puré se envasó en los recipientes de mayor capacidad?
- c) ^{**} Si se desea seleccionar al azar un recipiente con puré de tomate, ¿cuál es la probabilidad que este tenga 15 litros de capacidad?

3. En la figura:

- LMRT es un rectángulo y LMNS un paralelogramo,
- S es el punto medio de \overline{TR} .

a) Si el $\angle LMN = 135^\circ$, prueba que \overline{LS} es bisectriz del $\angle TLM$.

b) Calcula el valor del perímetro del rectángulo LMRT si $\overline{MR} = 0,6 \text{ dm}$.



4. Demuestra aplicando el principio de inducción completa que para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$ se cumple que $5 + 8 + 11 + \dots + (3n + 2) = \frac{n(3n+7)}{2}$.

a) Si el valor de un sumando es 152, ¿qué lugar ocupa este en el miembro izquierdo de la igualdad?

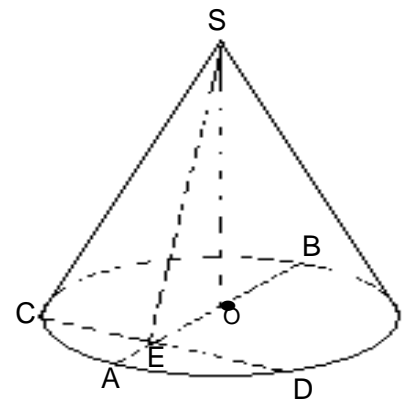
5. En la figura se muestra el cono circular recto macizo del cual se sabe que:

- \overline{OS} es la altura del cono, \overline{AB} es diámetro de la base,
- E es el punto medio de la cuerda \overline{CD} y $E \in \overline{AB}$,
- $\overline{CD} \cap \overline{AB} = \{E\}$.

a) Prueba que el $\triangle CES$ es rectángulo.

b) Si $\overline{OB} = 5,00 \text{ cm}$, $\overline{ES} = 8,00 \text{ cm}$ y $\angle SEO = 60^\circ$, calcula el valor del volumen del cono.

c) ¿Cuántos dm^3 de material se necesitarían para construir 2 014 conos igual al dado?



Temario 20-2014

1. Lee detenidamente y responde:

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

a) ___ Si $A = \left\{ 2\frac{1}{2}; 3; -5; 0 \right\}$, entonces $A \subset \mathbb{Q}$.

b) ___ Al expresar el número complejo $z = \sqrt{3} - \sqrt{3}i$ en su forma trigonométrica se obtiene $z = \sqrt{6} \text{cis} 315^\circ$.

c) ___ Si por el punto de intersección de dos rectas perpendiculares contenidas en un plano α , se traza una recta que no esté contenida en α , entonces esta recta tiene que ser perpendicular a α .

d) ___ Si una recta tiene dos puntos en un plano, entonces esta recta está contenida en dicho plano.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1 En un salón estomatológico correspondiente a un policlínico universitario, existen cuatro sillones dispuestos en línea recta. Si entran tres personas para ser atendidos, entonces ellas pueden sentarse de:

a) ___ 12 b) ___ 4 c) ___ 6 d) ___ 24 maneras diferentes.

1.2.2. En un estante de libros de una biblioteca de un preuniversitario existen 68 libros de matemática y de ellos hay 17 que se encuentran deteriorados. La probabilidad de que al seleccionar aleatoriamente uno de esos libros y ninguno esté deteriorado es:

a) ___ $\frac{4}{3}$ b) ___ $\frac{3}{4}$ c) ___ $\frac{1}{3}$ d) ___ $\frac{1}{4}$

1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

Los resultados de una investigación realizada para determinar el comportamiento del consumo de electricidad de 30 viviendas correspondientes a un CDR en el mes de septiembre, se muestra en la siguiente tabla de frecuencia:

Consumo (Kw/h.)	Fi
[100; 150)	7
[150; 200)	10
[200; 250)	6
[250; 300)	5
[300; 350)	2

a) La mediana se encuentra en la clase de _____.

b) La cantidad de viviendas que consumió menos de 200 Kw/h fue de _____.

c) La longitud o rango de cada clase es de _____.

d) La variable estudiada se clasifica como cuantitativa _____.

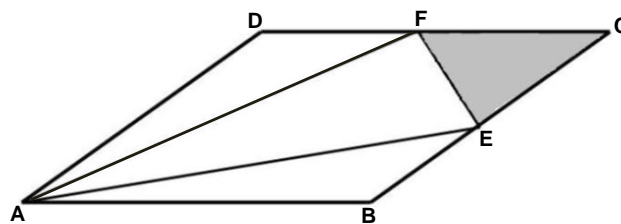
2. Para trasladar 160 toneladas de arena hacia una obra en construcción se emplearon dos camiones de 4 y 6 toneladas de capacidad máxima de carga cada uno. La cantidad de viajes del camión de mayor capacidad excede en un viaje a la mitad de los dados por el camión de menor capacidad.

- ¿Cuántos viajes dio cada camión si los camiones cargaron a su máxima capacidad?
- ¿Qué tanto por ciento del total de toneladas de arena trasladada por los dos camiones transportó el camión de menor capacidad de carga en sus primeros 10 viajes?

3. En la figura:

- ABCD es un rombo,
- E y F son los puntos medios de los lados \overline{BC} y \overline{CD} respectivamente.

- Prueba que el $\triangle AEF$ es isósceles de base \overline{EF} .
- Calcula el valor del área sombreada si el $\angle ABC = 150^\circ$ y el $P_{ABCD} = 32 \text{ cm}$.



4. Dada la igualdad $S(n) = \frac{5}{3} + \frac{8}{3} + \frac{11}{3} + \dots + \left(n + \frac{2}{3}\right)$:

- Demuestra aplicando el principio de inducción completa que para todos los $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$ se cumple que $S(n) = \frac{n(3n+7)}{6}$.
- Calcula la suma de los diez primeros términos.

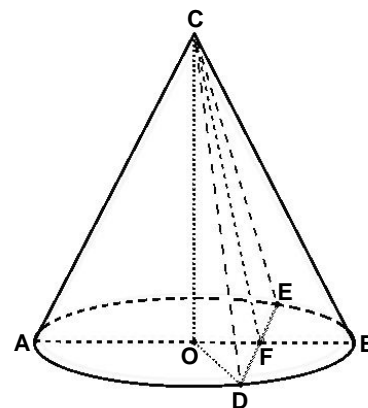
5. La figura muestra un cono circular recto de vértice C, cuya base es el círculo de centro O y diámetro \overline{AB} , además se tiene que:

- El punto O es la proyección de C en el círculo base,
- $\tan \angle CDO = 2$,
- El área del $\triangle CDO = 36 \text{ dm}^2$,
- F es el punto medio de \overline{DE} ,
- $\{F\} = \overline{AB} \cap \overline{DE}$.

a) Prueba que el $\triangle DFS$ es rectángulo en F.

b) Calcula el valor del volumen del cono representado.

c) Si se conoce que $\overline{BC} \approx 1,34 \text{ dm}$, ¿qué cantidad de lona se necesitaría para cubrir la superficie lateral del cono?



Temario 21-2014

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ Tres puntos no alineados determinan un plano.
- b) ____ Si dos rectas distintas son perpendiculares a un mismo plano entonces esas rectas se cortan.
- c) ____ Si $z_1 = 2i - 4(i - 1,5)$ es un número complejo, entonces su parte imaginaria es $2i$.
- d) ____ Si c es un número real negativo, entonces una ecuación de la forma $x^2 - c = 0$ siempre tiene soluciones reales.
- e) ____ Si en un torneo de ajedrez 4 de los 10 competidores son varones, entonces la probabilidad de que el ganador sea hembra es de 0,6.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1. Las maneras diferentes en que pueden quedar ubicados los tres primeros lugares de los 8 equipos en nuestra serie nacional de béisbol es:

- a) ____ C_3^8
- b) ____ $\frac{3}{8}$
- c) ____ 24
- d) ____ V_3^8

1.2.2 El número complejo $z = 2cis\ 330^\circ$ se puede expresar en forma binómica como:

- a) ____ $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
- b) ____ $\sqrt{3} - i$
- c) ____ $1 - \sqrt{3}i$
- d) ____ $1 - \sqrt{3}i$

1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

La tabla muestra los rangos de notas de un grupo (clase) de estudiantes en el examen final de Matemática el pasado curso:

a) Del grupo se presentaron al examen de Matemática ____ estudiantes.

b) La clase modal es la clase _____.

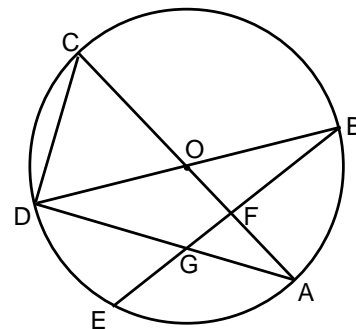
c) La variable objeto de estudio se clasifica como cuantitativa ____.

d) La cantidad de alumnos del grupo que alcanzó 70 puntos o más es _____.

Notas alcanzadas	Cantidad de alumnos
[100; 90)	1
[90; 80)	1
[80; 70)	12
[70; 60)	8
[60; 50)	3
[50; 40)	1
-40	4

2. En la circunferencia de centro O y diámetro \overline{BD} se cumple que:

- Los puntos A, E y C pertenecen a la circunferencia,
- $\widehat{DE} = \widehat{EA}$,
- El $\angle AOD = 120^\circ$,
- Los puntos C, O, F y A están alineados, al igual que B, F, G y E están alineados y G pertenece a la cuerda \overline{DA} .



- Demuestra que los triángulos AFG y CDA son semejantes.
- Si el radio de la circunferencia es de 4,0 cm, calcula el valor del área del $\triangle DGB$.

3. En un CDR se recolectaron 2 sacos con pomos vacíos. En el saco A había 9 pomos menos que en el B. Como el saco B tenía mayor capacidad que el saco A, se decide pasar 22 pomos del saco A al B y así el saco B tendría el doble de pomos que los que quedaron en A.

- ¿Cuántos pomos se recogieron en el CDR?
- ¿Qué tanto por ciento del total de pomos recolectados por el CDR había inicialmente en el saco de mayor capacidad?

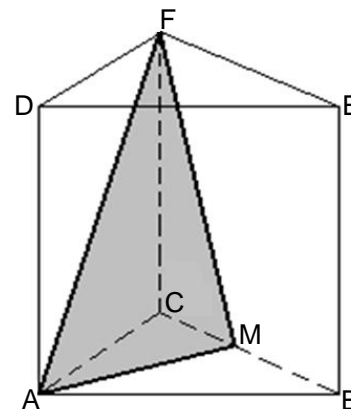
4. Sea la igualdad $3 + 7 + 11 + \dots + (4n - 1) = n(2n + 1)$:

- Demuestra por inducción completa que la igualdad dada es verdadera para todos los valores de n con $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.
- ¿Qué lugar ocupa en el miembro izquierdo de la igualdad el término 399?

5. En la figura se muestra el prisma recto de base triangular ABCDEF.

- El $\triangle ABC$ es isósceles de lado desigual,
- \overline{AM} es la altura relativa al lado \overline{BC} en el $\triangle ABC$.

- Prueba que el triángulo AMF es rectángulo.
- Calcula el valor del volumen de la pirámide AMCF si el área de la cara BCFE es de 200cm^2 , $\overline{AB} = 13,0\text{ cm}$ y $\overline{CF} = 20,0\text{ cm}$.



Temario 22-2015

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ El segmento de mediana divide a un triángulo en dos triángulos, cuyas áreas están en la razón 1:2
- b) ___ $\sqrt[n]{a^n} = a$ para todo $a \in \mathbb{R}$.
- c) ___ Si $A = \{-\frac{5}{2}; 3, 17; 0; \sqrt{2}\}$, entonces $A \subset \mathbb{R}$.
- d) ___ Si un triángulo isósceles tiene un ángulo interior con una amplitud de 60° , entonces es equilátero.
- e) ___ Si una recta r es paralela a un plano α , entonces es paralela a infinitas rectas contenidas en α .

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1 La cantidad de maneras diferentes de formar números de dos cifras distintas utilizando los dígitos impares $\{1; 3; 5; 7; 9\}$ es:

- a) ___ C_2^5 b) ___ $5!$ c) ___ 20 d) ___ 10

1.2.2 Una bolsa contiene 15 bolas rojas y 18 azules, la probabilidad de seleccionar al azar una bola azul es:

- a) ___ $\frac{5}{6}$ b) ___ $\frac{1}{18}$ c) ___ $\frac{5}{11}$ d) ___ $\frac{6}{11}$

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 Al convertir el número complejo $z = cis 60^\circ$ en su forma binómica se obtiene _____.

1.3.2 La parte imaginaria del conjugado del número complejo $\sqrt{7} - 3i$, es _____.

2. Sea la igualdad $6 + 12 + 18 + \dots + (6n) = S(n)$ con $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$:

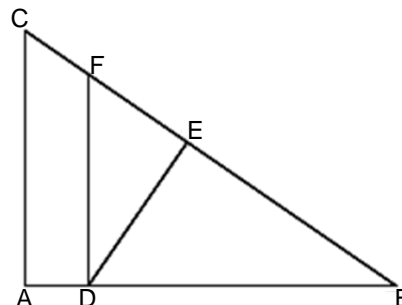
- a) Determina el octavo término en la propiedad.
- b) Demuestra por el principio de inducción completa que $S(n) = 3n(n + 1)$ para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

3. En la figura se tiene que:

- $\triangle ABC$ es rectángulo en A,
- $CADF$ es un trapecio de bases \overline{CA} y \overline{DF} ,
- \overline{DE} es la altura del $\triangle DFB$,

a) Prueba que $\triangle CAB \sim \triangle DEF$.

b) Calcula el valor del área del trapecio $CADF$ si $\overline{EF} = 18 \text{ cm}$, $\overline{CA} = 36 \text{ cm}$, $\overline{AD} = 0,80 \text{ cm}$ y el $A_{\triangle DEF} = 216 \text{ cm}^2$.



4. En una tienda de equipos electrodomésticos había 570 luminarias entre lámparas fluorescentes y bombillos ahorradores. Después de vender el 10% de las lámparas y las dos quintas partes de los bombillos quedaron en la tienda 441 luminarias entre los dos tipos.

a) ¿Cuántas luminarias de cada tipo había inicialmente en la tienda?

b) ¿Cuánto se recaudará en CUC (1 CUC equivale a \$25.00 en moneda nacional) por la venta de todas las lámparas fluorescentes si cada una tiene un precio de \$ 65, 00 en moneda nacional?

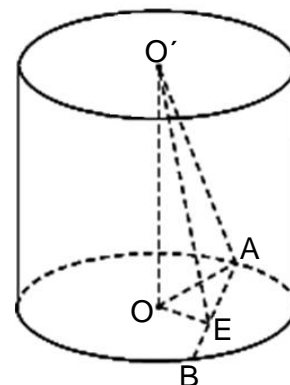
5. La figura representa el cilindro circular recto cuyas bases son los círculos de centros en O y O' respectivamente.

Además se conoce que:

- $\overline{OA} = 5,0 \text{ cm}$ es el radio del círculo de la base inferior,
- E es el punto medio de la cuerda \overline{AB} ,

a) Prueba que el $\triangle O'EA$ es rectángulo.

b) Calcula el valor del volumen del cilindro si el $\angle OAO' = 60^\circ$.



Temario 23-2015

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ $3,14 \in \mathbb{Q}_+$.
 b) ☐ Si $a \notin \mathbb{Z}$ entonces \sqrt{a} siempre está definida en los números reales.
 c) ☐ Sean los puntos A y B, si A distinto de B, entonces existe una recta r tal que $A \in r$ y $B \in r$.
 d) ☐ Si una recta r es perpendicular a una recta s contenida en un plano α , entonces r es perpendicular al plano α .
 e) ☐ Por un punto P exterior a un plano β , se puede trazar uno, y solo un plano, paralelo a β .

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1 El número de formas en que se pueden escoger 3 estudiantes de un grupo de 10 alumnos para el concurso provincial de Física es:

- a) ☐ 10! b) ☐ 720 c) ☐ 30 d) ☐ 120

1.2.2 En un equipo de 7 concursantes de Matemática que tiene 3 varones, la probabilidad de seleccionar de manera aleatoria una hembra es:

- a) ☐ $\frac{4}{7}$ b) ☐ $\frac{3}{7}$ c) ☐ $\frac{1}{4}$ d) ☐ $\frac{3}{4}$

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 Para todo número complejo $z_1 = 5 - 4i$ y $z_2 = 2i$, entonces $\overline{z_1 \cdot z_2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

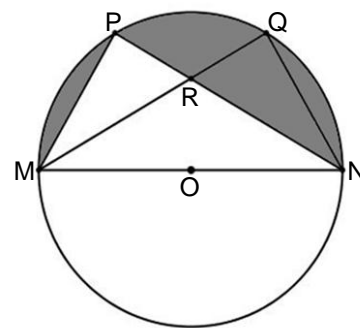
1.3.2 Al escribir el número complejo $z = \sqrt{3} + \sqrt{3}i$ en forma trigonométrica se obtiene $\underline{\hspace{2cm}}$.

2. De la circunferencia de centro O y diámetro $\overline{MN} = 15$ cm, se sabe que:

- P y Q son puntos de esta,
- El $\triangle MNR$ es isósceles de base \overline{MN} .

a) Prueba que $\overline{MP} = \overline{QN}$.

b) Calcula el valor del área de la región sombreada si $\overline{MP} = 9,0$ cm.



3. Sea la igualdad $10 + 16 + 22 + \dots + (6n + 4) = S(n)$:

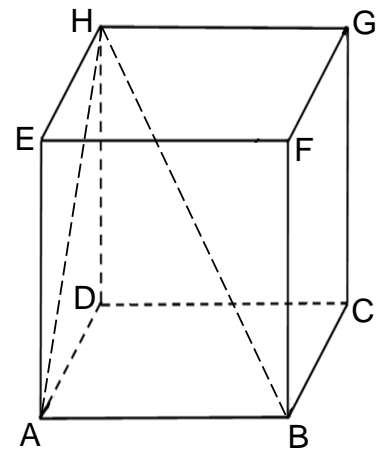
- Determina el sumando que ocupa el lugar 16 en la propiedad.
- Demuestra por el principio de inducción completa que $S(n) = n(3n + 7)$ para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

4. Dos trabajadores de un organopónico recolectaron durante tres días 208 cajas de tomate. Si el trabajador más productivo cediera al otro la quinta parte de las cajas recolectadas por él entonces ambos tendrían la misma cantidad de cajas recolectadas.

- ¿Cuántas cajas de tomate recolectó cada trabajador?
- ¿Qué por ciento representa la cantidad de cajas de tomate recolectadas por el trabajador menos productivo con respecto al otro?

5. La figura muestra el prisma recto ABCDEFGH que tiene como bases los rectángulos ABCD y EFGH.

- Demuestra que el $\triangle HAB$ es rectángulo en A.
- Calcula el valor del área lateral del prisma ABCDEFGH si la $\tan \angle HAD = 3$, $\overline{AD} = 2,0$ cm y el volumen del prisma es de 48 cm^3 .



Temario 24-2015

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ Se llama distancia de un punto a un plano a la longitud del segmento determinado por dicho punto y un punto cualquiera del plano.
- b) ___ Una recta es paralela a un plano si es paralela a una recta contenida en dicho plano
- c) ___ Las soluciones de la ecuación $x^2 + 3 = 0$ son reales.
- d) ___ Cualquier número racional se puede representar por una fracción de la forma a/b , con $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$ y $b \neq 0$.
- e) ___ Las mediatrices de un triángulo son las rectas perpendiculares a cada lado que pasan por el punto medio de dichos lados.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso.

Si el equipo de concursantes de Matemática de una escuela tiene 10 integrantes:

- a) La cantidad de maneras diferentes que se puede seleccionar 4 de ellos para participar en una actividad recreativa es:

___ 210

___ 5040

___ 24

___ 10!

- b) Si del total de integrantes se selecciona de manera aleatoria uno de ellos para participar en un festival de la FEEM, entonces la probabilidad de que el seleccionado no haya participado en la actividad recreativa es:

___ $\frac{2}{3}$

___ 0,4

___ $\frac{3}{5}$

___ $\frac{1}{6}$

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 La forma binómica del número complejo $z_1 = \sqrt{2} \text{ cis } 225^\circ$ es _____.

1.3.2 El número complejo $z_2 = \frac{1}{3}i - 2$ tiene como conjugado $\overline{z_2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. Sea la igualdad $3 + 7 + 11 + \dots + (4n - 1) = S(n)$ con $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

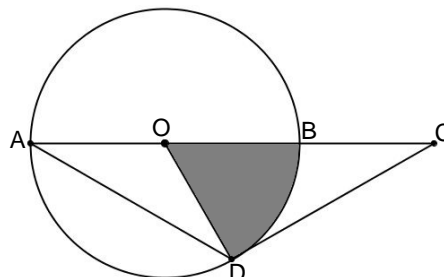
- a) Demuestra por el principio de inducción completa que la suma hasta el término n-ésimo se puede calcular por la fórmula $S(n) = n(2n + 1)$.
- b) Calcula la suma hasta el término de orden 50.

3. En la figura, el punto D pertenece a la circunferencia de centro O y diámetro \overline{AB} , además, se conoce que:

- C está en la prolongación del diámetro \overline{AB} ,
- \overline{CD} es tangente a la circunferencia en el punto D,

a) Prueba que el $\triangle ADC$ es isósceles de base \overline{AC} .

b) Calcula el valor del área de la región sombreada si el $\angle BAD = 30^\circ$ y $\overline{AB} = 6,0$ cm.



4. Al iniciar el curso escolar la matrícula de un IPU era de 720 estudiantes, al terminar el mes de septiembre causaron bajas 5 varones por lo que las hembras excede en 49 al 80% de los varones.

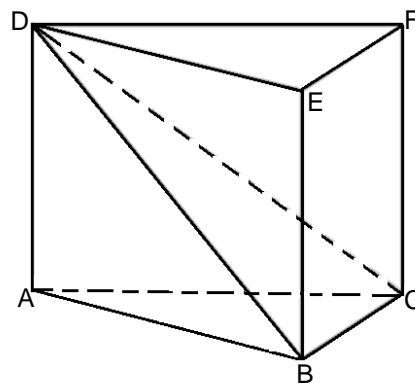
a) ¿Cuántas hembras y varones hay matriculados en el IPU?

b) Si la retención escolar depende de la permanencia de los estudiantes matriculados en el centro, ¿qué por ciento de retención presenta el IPU al concluir el mes de septiembre?

5. En la figura se muestra el prisma recto ABCDEF cuya base es el triángulo ABC, rectángulo en B y su altura tiene una longitud de $8\sqrt{3}$ cm.

a) Prueba que el $\triangle DBC$ es rectángulo en B.

b) Si $\overline{AC} = 12$ cm y el $\angle CAB = 30^\circ$. Calcula el valor del volumen del prisma ABCDEF.



Temario 25-2015

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$.
- b) ____ Una recta y un punto exterior a ella determinan un plano único.
- c) ____ La sustracción siempre puede realizarse en el dominio de los números fraccionarios.
- d) ____ Si en una circunferencia su radio \overline{OA} corta a una cuerda \overline{BC} (no es diámetro) en su punto medio, entonces se puede afirmar que $\overline{OA} \perp \overline{BC}$.
- e) ____ Si una recta r es perpendicular a un plano α entonces es perpendicular a infinitas rectas de ese plano.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una “X” en cada caso:

1.2.1 El número complejo $z = \sqrt{2}cis 45^\circ$ se puede expresar en forma binómica como:

- a) ____ $2 + 2i$ b) ____ $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ c) ____ $1 + i$ d) ____ $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$

1.2.2 Si se cuenta con 12 alumnos para elegir 3 de ellos que nos representen a nivel municipal en un concurso de lectura, entonces la cantidad de maneras diferentes que se puede hacer la selección es:

- a) ____ $12!$ b) ____ 36 c) ____ V_3^{12} d) ____ C_3^{12}

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 Sea el número complejo $z = 1 - \sqrt{3}i$ entonces $|z| =$ _____.

1.3.2 En un torneo de pelota participan 8 equipos de los cuales 3 son asiáticos, entonces la probabilidad de que el ganador no sea un equipo asiático es _____.

2. De la igualdad $7 + 9 + 11 + \dots + (2n + 5) = S(n)$ con $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$:

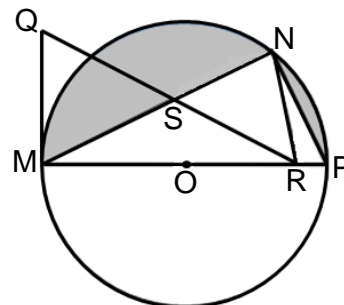
- a) Demuestra por el principio de inducción completa que la suma hasta el término n -ésimo se puede calcular por la fórmula $S(n) = n(n + 6)$.
- b) El número 45 es un término del miembro izquierdo de la igualdad, determina qué lugar ocupa.

3. En la figura se tiene que:

- N es un punto de la circunferencia de centro O,
- R es un punto del diámetro \overline{MP} , \overline{QR} y \overline{MN} se cortan en el punto S.
- \overline{MQ} es tangente a la circunferencia en el punto M,
- Los triángulos MNR y MRS son isósceles de bases \overline{NR} y \overline{MR} respectivamente.

a) Prueba que $\overline{QR} = \overline{MP}$.

b) Si además se conoce que $\overline{QR} = 10\text{ cm}$ y $\overline{MN} = 8,0\text{ cm}$, determina el área de la región sombreada.



4. Una empresa vende a las librerías dos tipos de cuadernos de notas a \$0,50 y \$0,70 respectivamente. Una librería compró 500 cuadernos entre ambos tipos por un precio total de \$286,00.

a) ¿Cuántos cuadernos de cada tipo compró la librería?

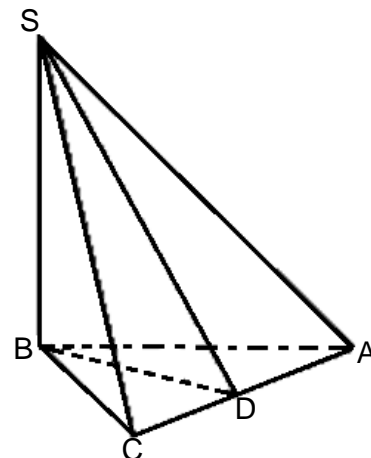
b) ¿Qué por ciento del dinero utilizó la librería en los cuadernos más caros?

5. En la figura se muestra la pirámide oblicua cuya base es el triángulo equilátero ABC.

- La altura de la pirámide es $\overline{BS} = 100\text{ cm}$,
- \overline{BD} es la bisectriz del $\angle ABC$.

a) Clasifica el $\triangle SDA$ según la amplitud de sus ángulos interiores.

b) Calcula el valor del volumen de la pirámide oblicua ABDS si $\overline{BD} = 30\text{ cm}$.



Temario 26-2015

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ - $5,3 \in \mathbb{Q}$.
- b) ____ Sean A y B dos conjuntos tales que $A \subset B$, si $x \in B$, entonces $x \in A$.
- c) ____ Si las diagonales de un cuadrilátero se cortan en su punto medio entonces este cuadrilátero es un paralelogramo.
- d) ____ Si una recta r es perpendicular a un plano ε (épsilon), entonces r es perpendicular a solo dos rectas que pasan por su pie.
- e) ____ Si una recta r y un plano α no tiene puntos comunes, entonces la recta r es paralela al plano α .

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1 Se tiene un juego de dominó de 28 fichas (desde el doble blanco hasta el doble seis), la probabilidad de que al escoger al azar una ficha haya exactamente 4 puntos es:

- a) ____ $\frac{24}{28}$ b) ____ $\frac{7}{28}$ c) ____ $\frac{3}{28}$ d) ____ $\frac{4}{28}$

1.2.2 En un comité de base de la UJC se tienen 6 candidatos para ocupar los cargos de Secretario General y Organizador. La cantidad de formas diferentes en que se puede hacer la elección es:

- a) ____ 12 b) ____ 30 c) ____ 15 d) ____ 720

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

Sea el número complejo $z_1 = -2i$, $z_2 = 3 + 2i$ y $z_3 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$, entonces:

- a) Al calcular $z_1 \cdot z_2$ se obtiene ____.
- b) Al escribir en forma binómica el número z_3 , se obtiene ____.

2. Sea la igualdad $3 + 6 + 9 \dots + (3n) = S(n)$ con $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$:

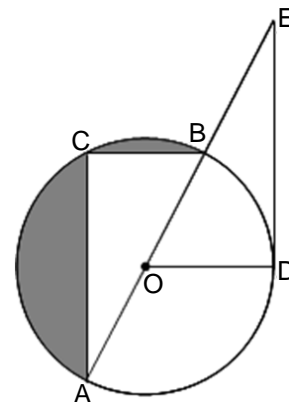
- a) Demuestra por el principio de inducción completa que $S(n) = \frac{3n(n+1)}{2}$.
- b) Calcula la suma hasta el término 55.

3. En la circunferencia de centro O y diámetro \overline{AB} , se tiene que:

- \overline{DE} es tangente en D a la circunferencia,
- Los puntos A, O, B y E están alineados,
- $\overline{OD} \parallel \overline{BC}$.

a) Demuestra que $\triangle ACB \sim \triangle ODE$.

b) Si $\overline{OD} = 6,5 \text{ cm}$ y $\overline{CB} = 5,0 \text{ cm}$. Calcula el valor del área de la región sombreada.



4. Un trabajador por cuenta propia vende dulces de dos tipos, los merenguitos a \$ 2,00 y las tartaletas a \$3,00. Durante un día de trabajo recaudó \$ 955 y la cantidad de tartaletas vendidas excedió en 15 al 20% de la cantidad de merenguitos.

a) ¿Qué cantidad de dulces de cada tipo se vendieron ese día?

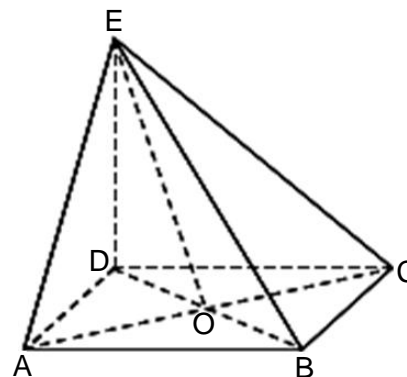
b) Si al día siguiente se vendió 15 merenguitos más y 15 tartaletas menos, determina la recaudación de ese día.

5. La figura representa a la pirámide oblicua ABCDE cuya base es el rombo ABCD. Además se conoce que:

- \overline{DE} es la altura de la pirámide,
- O es el punto de intersección de las diagonales del rombo.

a) Prueba que el triángulo EOC es rectángulo.

b) Calcula el valor del volumen de la pirámide si $\overline{AC} = 6,0 \text{ cm}$, $\overline{BD} = 4,0 \text{ cm}$ y el $\angle DBE = 30^\circ$.



Temario 27-2015

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) $\mathbb{Q}_+ \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N}$.
- b) Si $a \in \mathbb{R}$, entonces $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}$ para todo $n \in \mathbb{N}$ con $n \geq 2$.
- c) Dos rectas que se cruzan están contenidas en un mismo plano
- d) Si una de dos rectas paralelas es perpendicular a un plano entonces la otra recta también lo es.
- e) Las medianas de un triángulo son los segmentos trazados desde los vértices hasta los puntos medios de los lados opuestos a esos vértices.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso.

Si en un concurso de conocimiento participan 9 estudiantes, cada uno de los cuales tiene igual posibilidad de ganar entonces se puede afirmar que:

1.2.1 El número de formas diferentes en que se pueden quedar distribuidos los tres primeros lugares es:

- a) $9 \cdot 3 = 27$ b) P_3 c) V_3^9 d) C_3^9

1.2.2 Si 4 de los participantes en el concurso son hembras, la probabilidad de que el primer lugar sea ocupado por un varón es:

- a) $\frac{4}{9}$ b) $\frac{5}{9}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{5}$

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 El conjugado del número complejo $z = 3i - 4\left(2i - \frac{1}{2}\right)$, es _____

1.3.2 La forma trigonométrica del número complejo $z = 1 + \sqrt{3}i$, es _____.

2. Sea la adición $6 + 11 + 16 + \dots + (5n + 1) = S(n)$ con $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$:

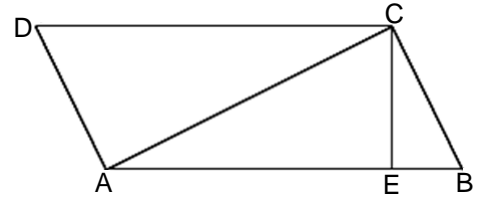
- a) Determina el sumando que ocupa el lugar 45.
- b) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que $S(n) = \frac{1}{2}n(5n + 7)$.

3. En la figura se tiene que:

- $ABCD$ es un paralelogramo y su altura \overline{CE} ,
- $\overline{AD} \perp \overline{AC}$.

a) Prueba que $\triangle DAC \sim \triangle CEB$.

b) Si $\overline{AE} = 12 \text{ cm}$, $\overline{CE} = 6,0 \text{ cm}$ y $\overline{CB} = 3\sqrt{5} \text{ cm}$, determina el valor del perímetro del paralelogramo.



4. En un CDR se desarrolla una reunión para elegir a su presidente entre los candidatos Alberto y Elena. Al contabilizar los votos se constató que Alberto obtuvo el triplo de los votos obtenidos por Elena. Si Elena hubiera obtenido 10 votos más y Alberto 14 votos menos, entonces hubiesen obtenidos la misma cantidad de votos.

a) ¿Cuántos votos obtuvo cada candidato?

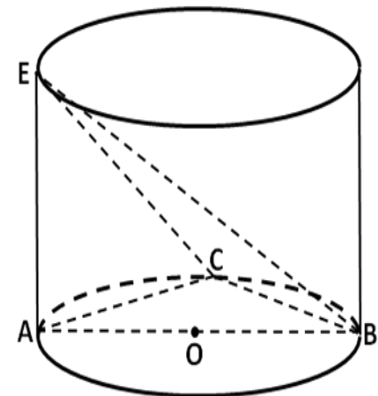
b) ¿Qué por ciento del total representa los votos alcanzados por Alberto?

5. En la figura se muestra el cilindro circular recto de altura \overline{AE} , además se conoce que:

- C es un punto de la circunferencia del círculo de la base que tiene centro en O y diámetro \overline{AB} ,

a) Demuestra que el $\triangle EBC$ es rectángulo.

b) Calcula el valor del volumen del cilindro si el $\angle CAB = 30^\circ$, $\overline{BC} = 50 \text{ cm}$ y el $A\triangle ABE = 400 \text{ cm}^2$.



Temario 28-2015

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ Si x es un número racional, entonces x es un número fraccionario.
- b) ____ Si A y B son dos subconjuntos cualesquiera tales que $A \subset B$, entonces $A \cup B = A$.
- c) ____ Dos rectas que se cortan en un punto siempre están contenidas en un plano.
- d) ____ La suma de las amplitudes de dos ángulos consecutivos de un paralelogramo es 180° .
- e) ____ Si dos rectas son perpendiculares a un plano entonces son paralelas entre sí.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1 Si de los 16 jóvenes que participaron en el ascenso al Turquino, 4 son hembras, entonces la probabilidad de que el primero en llegar a la cima sea un varón es:

- a) ____ $\frac{1}{4}$ b) ____ 0,75 c) ____ $\frac{1}{3}$ d) ____ $\frac{1}{12}$

1.2.2 La cantidad de maneras distintas que se pueden seleccionar tres alumnos de los 13 de un equipo de investigación para elaborar el informe final, es:

- a) ____ C_3^{13} b) ____ $13!$ c) ____ V_3^{13} d) ____ $13 \cdot 3 = 39$

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 Para todo número complejo $z = a + bi$ se cumple que $\bar{\bar{z}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

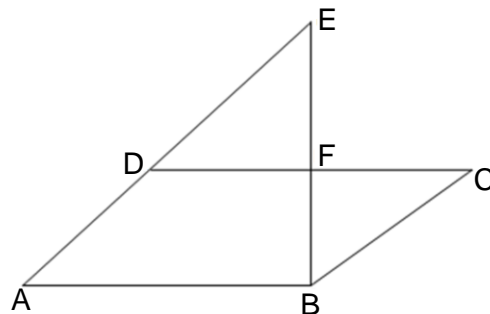
1.3.2 Al escribir el número complejo $z = -2 + 2i$ en forma trigonométrica se obtiene $\underline{\hspace{2cm}}$.

2. En la figura se tiene que:

- ABCD es un paralelogramo,
- El $\angle ABC = 120^\circ$,
- A, D y E son puntos alineados,
- \overline{BE} es la mediatriz del segmento \overline{CD} en el punto F.

a) Demuestra que $\overline{DE} = \overline{BC}$.

b) Si $\overline{BC} = 12\text{cm}$, calcula el valor del área del trapecio ABFD.



3. Sea la igualdad $5 + 9 + 13 + \dots + (4n+1) = S(n)$:

- Determina el sumando con número de orden 81 en el miembro izquierdo de la igualdad.
- Demuestra por el principio de inducción completa que $S(n) = n(2n + 3)$ para todo $n \in \mathbb{N}: n \geq 1$.

4. En una granja se sembraron 480 hectáreas más de plátano que de malanga. Después de haber recolectado el 80% del cultivo de plátano y la cuarta parte del de malanga quedaron en el campo 295,5 hectáreas entre ambos cultivos.

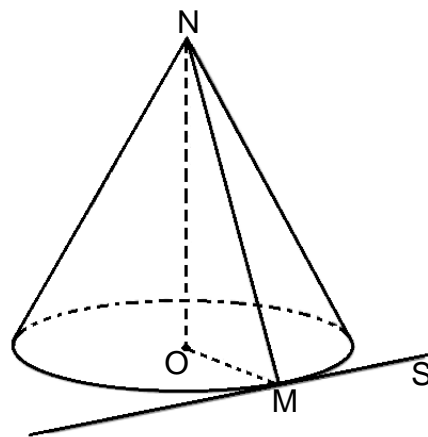
- ¿Qué cantidad de hectáreas de cada cultivo se sembraron inicialmente?
- ¿Qué por ciento representa la cantidad de hectáreas sembradas de malanga con relación a la cantidad de hectáreas destinadas a ambos cultivos?

5. La figura muestra un cono circular recto de vértice N cuya base es el círculo de centro O y radio $\overline{OM} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$, además se sabe que:

- \overline{ON} es la altura del cono,
- \overline{SM} está contenido en el plano que contienen a la base del cono y es tangente a la circunferencia de la base en el punto M.

a) Demuestra que $\overline{MN} \perp \overline{MS}$.

b) Si el $\angle NMO = 45^\circ$, calcula el valor del área lateral del cono.



Temario 29-2016

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ Si $a \in \mathbb{Z}$ y $b \in \mathbb{Z}$ con $b \neq 0$ entonces $x = \frac{a}{b}$ puede pertenecer al dominio de los números naturales.
- b) ____ Si A es el conjunto de números enteros y $B = \{x \in \mathbb{R}; -2 < x < 0\}$ tales que $A \subset B$ entonces A es un conjunto unitario.
- c) ____ Las diagonales de cualquier cuadrilátero se cortan en su punto medio.
- d) ____ Si una recta p tiene dos puntos en un plano α entonces está contenida en el plano.
- e) ____ Por tres puntos P, Q y R alineados en el espacio pasa un único plano.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

Un equipo formado por seis hembras y cuatros varones realizan un trabajo investigativo sobre el tema de las adicciones.

- a) Las maneras distintas en que se puede organizar los integrantes del equipo en una fila es:
 ____ $6! \times 4!$ ____ $6!$ ____ $4!$ ____ $10!$

- b) Si para realizar los anexos del trabajo se escogió al azar un integrante del equipo, entonces la probabilidad de que este resulte una hembra, es:

____ $\frac{1}{6}$ ____ $\frac{1}{10}$ ____ 60% ____ 6

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 Sean los números complejos $z_1 = 2(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$ y $z_2 = \sqrt{2}(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ)$ entonces $z_1 \cdot z_2 =$ _____.

1.3.2 Si $z_1 = 2a + (b - 4)i$ y $z_2 = 8 - 4i$ son dos números complejos iguales, entonces $a =$ ____ y $b =$ _____.

2. Sea la igualdad $2 + 7 + 12 + \dots + (5n+2) = S(n)$ con $n \in \mathbb{N}$:

- a) Calcula el sumando que ocupa el lugar 20.

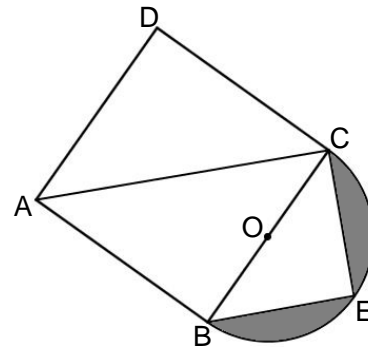
b) Demuestra por el principio de inducción completa que $S(n) = \frac{(n+1)(5n+4)}{2}$ con $n \in \mathbb{N}$.

3. En la figura se tiene que:

- Una semicircunferencia de centro O y diámetro \overline{BC} .
- ABCD cuadrado
- E es un punto de la semicircunferencia.
- $\overline{AC} \parallel \overline{BE}$

a) Demuestra que $\triangle BEC$ y $\triangle ADC$ son semejantes.

b) Si $\overline{BC} = 8,0$ cm, calcula el valor del área de la región sombreada.



4. Una CPA cuenta con 100 ha(hectáreas) dedicadas al cultivo de naranjas y toronjas. Durante la cosecha se recolectó la cuarta parte de las hectáreas de naranjas y el 40% de las sembradas de toronjas por lo que quedaron por cosechar 63 ha entre ambos cultivos.

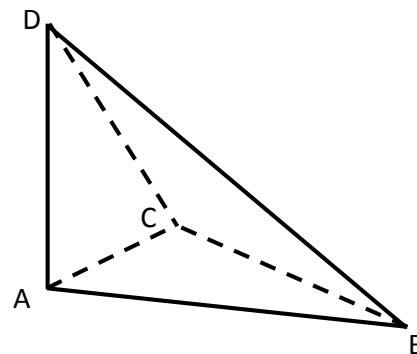
- ¿Cuántas hectáreas de cada cultivo sembró la CPA?
- ¿Cuántas hectáreas de naranjas faltaban por recolectar?

5. En la figura ABCD es una pirámide oblicua, cuya base es el triángulo ABC rectángulo en C, además:

- \overline{DA} es la altura de la pirámide.
- El $\angle ABD = 45^\circ$,
- El $\angle CAB = 30^\circ$.

a) Clasifica el $\triangle DCB$ según las amplitudes de sus ángulos. Justifica.

b) Si $\overline{AC} = 5\sqrt{3}$ cm, calcula el valor del volumen de la pirámide.



Temario 30-2016

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ Si una de dos rectas paralelas es perpendicular a un plano, entonces la otra también lo es.
- b) ___ Si las rectas p y r se cruzan, por cada una de ellas se puede trazar un plano α paralelo a la otra.
- c) ___ Sea el conjunto $M = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 12\}$ y S el conjunto de los cinco primeros números naturales cuadrados perfectos, entonces $M \cap S = \{4; 9\}$.
- d) ___ En todo triángulo rectángulo existe un ángulo interior que tiene una amplitud de 30° .
- e) ___ El conjunto de los números enteros (\mathbb{Z}) está incluido en el conjunto de los números racionales (\mathbb{Q}).

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1 De los 6 estudiantes de un curso de Matemática, la cantidad de maneras diferentes de seleccionar dos al azar para participar en un concurso de conocimientos es:

- a) ___ C_2^6 b) ___ $6!$ c) ___ $\frac{1}{3}$ d) ___ V_2^6

1.2.2 Si una caja contiene 60 tornillos y de ellos 15 vienen con su tuerca, entonces la probabilidad de que al seleccionar un tornillo al azar no tenga tuerca es:

- a) ___ $\frac{1}{4}$ b) ___ $\frac{1}{5}$ c) ___ $\frac{15}{60}$ d) ___ $\frac{3}{4}$

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

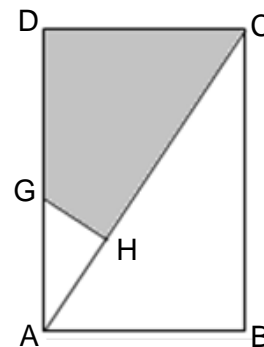
- a) Si $z_1 = a + 1 + 3i$ y $z_2 = 4 + 3i$ son dos números complejos tales que $z_1 = z_2$ entonces $a =$ ___.
- b) Si $z = \sqrt{11} + 5i$ es un número complejo, entonces el producto de z por su conjugado, es ___.

2. La figura muestra el rectángulo ABCD del cual se conoce que:

- $G \in \overline{AD}$ y $H \in \overline{AC}$,
- $\overline{AC} \perp \overline{GH}$.

a) Demuestra que $\overline{AH} = \frac{\overline{GH} \cdot \overline{BC}}{\overline{AB}}$.

b) Calcula el área de la región sombreada si se conoce que $\overline{AB} = 3,0\text{cm}$, $\overline{BC} = 4,0\text{cm}$ y $\overline{GH} = 1,0\text{cm}$.



3. Demuestra aplicando el principio de inducción completa que para todo $n \in \mathbb{N}$ con $n \geq 1$, se cumple que $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \left(\frac{2n-1}{2}\right) = \frac{n^2}{2}$.

a) Calcula el sumando que ocupa el lugar 28 en el miembro izquierdo de la igualdad anterior.

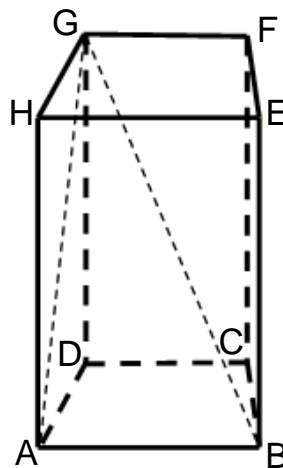
4. En un municipio durante tres años consecutivos cumplieron misión internacionalista un total de 542 médicos. En el segundo año cumplieron misión internacionalista 35 médicos más que los que cumplieron en el primer año y en el tercer año cumplieron misión internacionalista tantos médicos como en los dos primeros años conjuntamente.

- ¿Cuántos médicos cumplieron misión internacionalista en cada uno de estos años?
- ¿En qué tanto por ciento se incrementó la cantidad de médicos que cumplieron misión internacionalista los dos últimos años conjuntamente con respecto al primero?

5. La figura muestra el prisma recto ABCDEFGH cuya base inferior es el trapecio ABCD rectángulo en A y D.

a) Demuestra que el $\triangle GAB$ es rectángulo.

b) Calcula el volumen del prisma si se conoce $\overline{AD} = 4\sqrt{3}$ cm, $\overline{DC} = 4,0$ cm, $\overline{HE} = 6,0$ cm y el $\angle GAD = 60^\circ$.



Temario 31-2016

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ $\sqrt{-2}$ pertenece al conjunto de los números reales (\mathbb{R}).
 b) ☐ Dado el conjunto $B = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -1/3\}$ y D es un subconjunto de los números reales tales que $D = \{x \in (1, \bar{8} ; 6]\}$, entonces $D \setminus B = \emptyset$.
 c) ☐ Cualquier punto situado sobre la bisectriz de un ángulo equidista de los lados del ángulo.
 d) ☐ Si una recta m es perpendicular a un plano β , entonces es perpendicular a dos rectas que se cortan en su pie.
 e) ☐ El plano α que contiene a una recta r y un punto P exterior a r , es único.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1 En un campeonato de béisbol, en el que participan 8 institutos preuniversitarios se premien los tres primeros lugares (sin empates). La cantidad de maneras diferentes en que pueden quedar estos lugares se puede calcular por:

- a) ☐ $8!$ b) ☐ C_3^8 c) ☐ V_3^8 d) ☐ $8 \cdot 3$

1.2.2 Un grupo de duodécimo grado tiene una matrícula de 40 estudiantes, de ellos 22 son hembras. Si se selecciona un estudiante al azar del grupo, entonces la probabilidad de que sea varón es:

- a) ☐ 0,045 b) ☐ 0,45 c) ☐ 0,5 d) ☐ $\frac{9}{11}$

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 Al efectuar $i^{10} \cdot (i^{-1})^{-2}$ se obtiene _____.

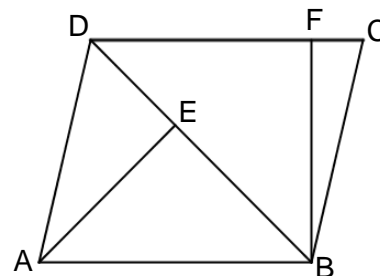
1.3.2 La solución de la ecuación $x^2 + 36 = 0$, es $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ y $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. La figura muestra el paralelogramo ABCD, en el cual se cumple que:

- $G \in \overline{DC}$ y $E \in \overline{BD}$,
- $\overline{AE} \perp \overline{DB}$,
- \overline{BF} es la altura relativa al lado \overline{DC} en el $\triangle BCD$.

a) Demuestra que $\triangle BEA \sim \triangle BFD$

b) Calcula el valor del perímetro del $\triangle BEA$ si se conoce que $\overline{DC} = 6,0\text{cm}$ y el $\angle ABE = 45^\circ$.



3. Dada la igualdad $7 + 9 + 11 + \dots + (2n + 5) = S(n)$:

- Demuestra aplicando el principio de inducción completa que para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$, se cumple que: $S(n) = n(n + 6)$.
- Calcula la suma de los diez primeros términos.

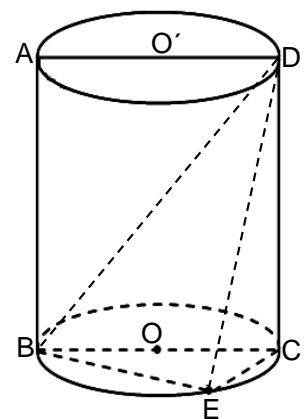
4. En una tienda recaudadora de divisa se vendieron 800kg de harina de trigo en paquetes de 5kg, 10kg y 12kg. Se conoce que el duplo de los paquetes de 12kg vendidos excede en 30 a los que se vendieron de 10kg. Además los paquetes vendidos de 5kg representan el duplo de los paquetes vendidos de 12kg aumentados en 10.

- ¿Cuántos paquetes de cada tipo se vendieron?
- ¿Qué por ciento de la harina de trigo se vendió en paquetes de 12kg?

5. La figura muestra el cilindro circular recto cuyas bases son los círculos de centros O y O' . Además se conoce que:

- $ABCD$ es un rectángulo de 150 cm^2 de área,
- \overline{BC} y \overline{AD} son diámetros de la base inferior y superior respectivamente,
- E es el punto de la circunferencia de la base inferior del cilindro.

- Clasifica el $\triangle BED$ según la amplitud de sus ángulos.
- Calcula el valor del área lateral del cilindro si $\overline{BC} = 10 \text{ cm}$.



Temario 32-2017 “Tamayo”

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifique las falsas.

- a) ____ Si dos rectas no están en un plano y entonces no se cortan, estas rectas son alabeadas.
- b) ____ Sean $P = \{x \in \mathbb{N}: 2 \leq x \leq 5\}$ y \mathbb{Z} el conjunto de los números enteros, entonces se cumple que $P \setminus \mathbb{Z} = \emptyset$.
- c) ____ Dado el número complejo $z = (2 - i)i - 4i$, entonces $\overline{z} = 1 - 2i$.
- d) ____ Un paralelogramo es un rectángulo si dos de sus ángulos consecutivos son iguales.
- e) ____ Si $a \in \mathbb{Q}_+$ y $b \in \mathbb{Q}$ entonces se cumple que $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una “X” en cada caso.

Un equipo está integrado por 8 estudiantes, 3 de ellos son hembras y todos van a participar en un torneo de ajedrez.

- a) Las formas diferentes de escoger 2 estudiantes al azar, para iniciar el torneo son:

_____ $5!3!$ _____ V_2^8 _____ C_2^8 _____ 3.5

- b) La probabilidad de seleccionar aleatoriamente un varón del equipo para que sea el primero en jugar es:

$$\frac{3}{8} \qquad 0,625 \qquad 0,2 \qquad \frac{1}{3}$$

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 Sea el número complejo $z=2\text{cis } 300^\circ$ entonces en forma binómica es: $z=$ _____.

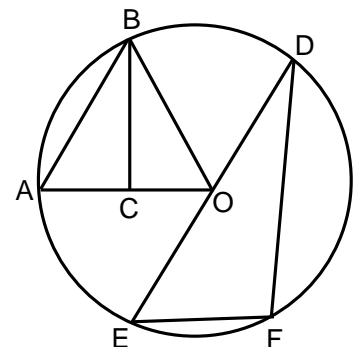
1.3.2 Dado los números complejos $z_1 = 2 - 12i$ y $z_2 = 2 + 0,8bi$, para que se cumpla que $z_1 = z_2$, el valor de b debe ser _____.

2. De la circunferencia de centro O y diámetro \overline{ED} se conoce que:

- A, B y F son puntos de la circunferencia,
- $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$,
- $\overline{AO} \parallel \overline{EF}$,
- C es el punto medio de \overline{AO} ,
- El $\triangle ABO$ es equilátero.

a) Demuestra que el $\triangle ACB \sim \triangle EFD$.

b) Calcula el valor del perímetro de la circunferencia si $\overline{EF} = 40 \text{ cm}$.



3. Sea la igualdad $1 + 6 + 11 + \dots + (5n - 4) = S(n)$:

- Demuestra aplicando el principio de inducción completa que $S(n) = \frac{n(5n-3)}{2}$ para todos los valores de $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.
- Calcula la suma de los 14 primeros términos.

4. En un almacén de materias primas fueron depositados 140 sacos con pomos de cristal y con pomos de plásticos. Si se trasladaron para la industria las $\frac{6}{7}$ partes de los sacos con pomos de cristal, quedando en el almacén los sacos con pomos plásticos que exceden en 68 a los sacos que contienen pomos de cristal que no se trasladaron para la industria.

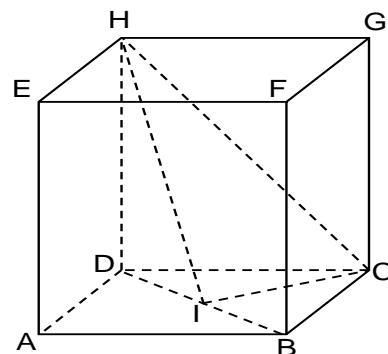
- ¿Cuántos sacos con pomos de cristal y cuántos sacos con pomos plásticos se depositaron inicialmente en el almacén?
- ¿Qué tanto por ciento representa la cantidad de sacos con pomos de cristal extraídos, respecto al total de sacos depositados inicialmente en el almacén?

5. En la figura se representa el prisma recto ABCDEFGH de base cuadrada y altura \overline{HD} , además:

- \overline{BD} es una de las diagonales de la base inferior del prisma,
- I es el punto medio de \overline{BD} .

a) Demuestra que el $\triangle HIC$ es rectángulo en I.

b) Calcula el valor del volumen del prisma si $\overline{HI} = 3\sqrt{5} \text{ dm}$ y el $A_{B(ABCD)} = 40 \text{ dm}^2$.



Temario 33-2017 “Tamayo”

2. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ Sea el número complejo $z=4-3i$, podemos afirmar que el vector que lo representa tiene una longitud de $5u$.
- b) ☐ En un prisma recto, dos aristas consecutivas no determinan un único plano.
- c) ☐ Si $A = \{x \in \mathbb{R}: x > 5\}$ y $B = \{x \in \mathbb{Z}: -2 < x < 8\}$, entonces $A \cap B = \{6; 8\}$.
- d) ☐ Todo paralelogramo en el cual se cumple que cualquiera de sus diagonales lo divide en triángulos isósceles se clasifica como rombo.
- e) ☐ Sean los números complejos $z_1 = 4$ y $z_2 = 2i$, podemos afirmar que $z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una “X” en cada caso.

En un grupo de 35 estudiantes en el TCP de Matemática, 26 estudiantes obtuvieron notas por encima de los 90 puntos.

- a) Si 19 de ellos tienen notas en el intervalo $[90; 99]$, la cantidad de maneras diferentes de hacer un listado con los nombres de los estudiantes con la máxima calificación es:

☐ 7 ☐ C_7^{29} ☐ V_7^{26} ☐ P_7

- b) Se desea escoger al azar a un estudiante del grupo, para entregarle un diploma a los estudiantes que obtuvieron la máxima calificación. La probabilidad de que sea escogido uno con nota inferior a los 90 puntos es:

☐ $\frac{7}{26}$ ☐ $\frac{4}{5}$ ☐ $\frac{9}{35}$ ☐ $\frac{7}{35}$

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

Sean los números complejos $z_1 = 2 \operatorname{cis} \frac{7\pi}{4}$, $z_2 = 8 - x + 12i$ y $z_3 = 12 + 2yi$

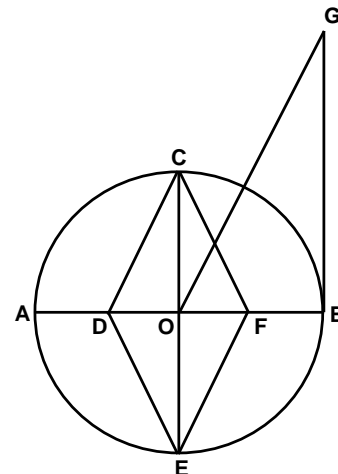
- a) z_1 se encuentra en el _____ cuadrante.
- b) $z_2 = z_3$ si y solo si $x = \underline{\hspace{1cm}}$, $y = \underline{\hspace{1cm}}$.

2. Dada la igualdad $\frac{5}{3} + \frac{14}{3} + \frac{23}{3} + \dots + \frac{9n-4}{3} = S(n)$:

- a) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que $S(n) = \frac{n(9n+1)}{6}$ para todos los valores de $n \in \mathbb{N}: n \geq 1$.
- b) Sean $\frac{194}{3}$ uno de los sumandos del miembro izquierdo de la igualdad. ¿Podemos afirmar que la posición que ocupa este es la número 22?

3. En la circunferencia de centro O y diámetro \overline{AB} y \overline{CE} , se conoce que:

- A, D, O, F y B son puntos de la circunferencia,
- DEFC es un rombo,
- $\overline{DC} \parallel \overline{OG}$,
- \overline{GB} es tangente a la circunferencia en el punto B.



a) Demuestra que el $\triangle DOE \sim \triangle OBG$.

b) Si $\overline{AB} = 2\overline{DF}$ y el radio de la circunferencia tiene una longitud de 40cm, calcula el valor del área del rombo DEFC.

3. Al comenzar el primer corte evaluativo en el curso 2016-2017 el 12^{mo} grado contaba con 335 estudiantes, distribuidos en tres compañías. El 50% de la cantidad de estudiantes de la 2^{da} compañía y las $\frac{2}{3}$ partes de la cantidad de estudiantes de la 1^{era} compañía hacen un total de 117 estudiantes. La cantidad de estudiantes de la 3^{era} compañía exceden en 32 a la cantidad de estudiantes de la 2^{da} compañía.

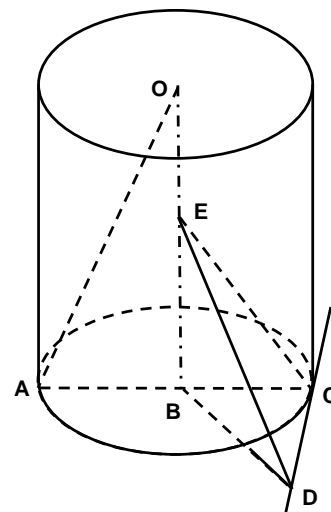
- ¿Con cuántos estudiantes contaba cada compañía al comenzar el corte evaluativo?
- ¿Qué tanto por ciento representan la cantidad de estudiantes de la 3^{era} compañía del total de estudiantes del grado?

4. En la figura se representa el cilindro circular recto del cual se conoce que:

- O y B son los centros de las bases superior e inferior respectivamente,
- O, E y B son puntos alineados,
- El $\triangle BCD$ es isósceles de base \overline{BD} ,
- \overline{AC} es uno de los diámetros de la base inferior,
- \overline{CD} está contenida en el plano que contiene a la base inferior y es tangente en C a esta.

a) Demuestra que el $\text{sen} \angle EDC = \text{cos} \angle DEC$.

b) Se desea pintar la superficie lateral de un tanque para agua, similar a la figura anterior, con las dimensiones $\overline{OA} = 17\text{ dm}$ y $\overline{DC} = 8,0\text{ dm}$, ¿cuántos metros cuadrados se necesitarán cubrir?



Temario 34-2017

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ \sqrt{a} ; $a \in \mathbb{R}$, siempre tiene solución en el dominio de los números reales.
- b) ☐ Dos rectas alabeadas no determinan un único plano.
- c) ☐ Sea el número complejo $z = -3 + 4i$, entonces $|z| = 5$.
- d) ☐ Si A es el conjunto de los números enteros y $B = \{-2; 0; 1; \frac{7}{3}\}$, entonces $B \setminus A = \{\frac{7}{3}\}$.
- e) ☐ Todo paralelogramo con sus diagonales iguales es un cuadrado.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

- a) En una caja se tiene 3 reglas azules y 4 reglas blancas, la probabilidad de que al escoger al azar una regla, esta sea azul es:

☐ $\frac{3}{7}$

☐ $\frac{7}{3}$

☐ 50%

☐ 1

- b) Un comité de base de la UJC está compuesto por 8 integrantes. La cantidad de formas diferentes en que se puede seleccionar 5 integrantes para cumplir una misión es:

☐ P_5

☐ C_5^8

☐ V_5^8

☐ $\frac{C_5^8}{V_5^8}$

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

Sean los números complejos $z_1 = (2 + 3i)4$, $z_2 = 4 + 3i$ y $z_3 = 4 + (y + 2)i$

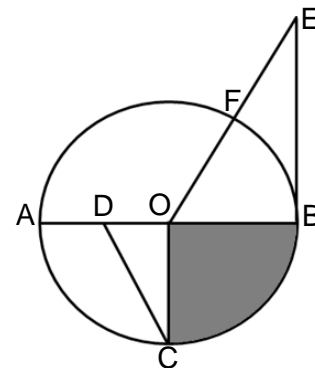
- a) La parte real de z_1 es $\Re(z_1) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- b) $z_2 = z_3$ para $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. Dada la propiedad $4 + 6 + 8 + \dots + (2n + 2) = n(n + 3)$:

- a) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que la propiedad se cumple para todos los valores de $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.
- b) Calcula el término que ocupa el lugar 20.

3. En la circunferencia de centro O y diámetro \overline{AB} se conoce que:

- El punto C pertenece a la circunferencia,
- El punto $D \in \overline{AB}$,
- $\overline{OC} \parallel \overline{BE}$,
- \overline{BE} es tangente a la circunferencia en el punto B,
- el $\angle OCD = 30^\circ$,
- El arco BF tiene una amplitud de 60° .



a) Demuestra que el $\triangle OCD \sim \triangle OBE$.

b) Si la longitud de la circunferencia es de 25,12 cm, calcula el valor de la región sombreada.

4. En una escuela de 680 estudiantes de matrícula, el número de hembras excede en 230 al 25% de los varones.

a) ¿Cuántas hembras y cuántos varones hay en la escuela?

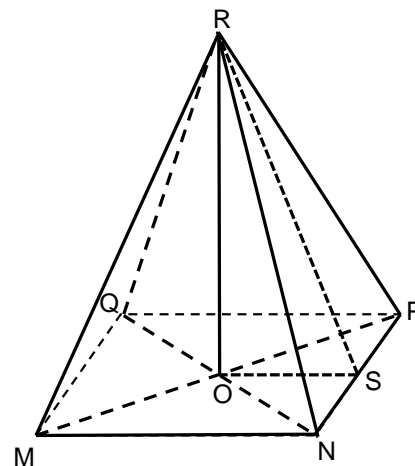
b) Si cada estudiante del centro escolar gasta \$0,65 en merienda al día, ¿qué cantidad de dinero recauda el servicio de cafetería?

5. De la figura MNPQR, pirámide regular de base MNPQ, se conoce que:

- $\overline{MP} \cap \overline{QN} = \{O\}$,
- S es el punto medio de \overline{NP} .

a) Demuestra que el $\triangle PSR$ es rectángulo en S.

b) Si el área de la base de la pirámide es de $3\,600\text{ cm}^2$ y el $\angle ORS = 30^\circ$. Determina el valor del área lateral de la pirámide MNPQR.



Temario 35-2017 “Tamayo”

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- ___ Sea los conjuntos $P=\{-2; -1; 0; 1; 2\}$ y $Q=\{x \in \mathbb{R}: x > -2\}$, entonces $P \cap Q = P$.
- ___ Si $z = 3\text{cis } 45^\circ$ es un número complejo, entonces $z^2 = 9i$.
- ___ La ecuación $x^2 - e = 0$ con $e < 0$ tiene soluciones reales.
- ___ Si la distancia del centro de una circunferencia a una recta es igual a la longitud de su radio, entonces la recta es secante a dicha circunferencia. (la recta y la circunferencia están en el mismo plano).
- ___ Si r y p son rectas perpendiculares al plano α , entonces r y p determinan de manera única un plano.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una “X” en cada caso.

Una brigada de trabajo está formada por 9 estudiantes (5 hembras y 4 varones) para realizar el autoservicio en el comedor:

- a) Si se seleccionan tres estudiantes: uno para fregar, otro para recoger los cubiertos y otro para enjuagar; las maneras de seleccionarlos es de:

$\underline{\hspace{2cm}} C_3^9$
 $\underline{\hspace{2cm}} 3P_3$
 $\underline{\hspace{2cm}} V_3^9$
 $\underline{\hspace{2cm}} 3V_3^9$

- b) La probabilidad de que al seleccionar al azar 2 estudiantes, estos sean varones es de:

$\underline{\hspace{2cm}} \frac{C_2^4}{C_2^9}$
 $\underline{\hspace{2cm}} \frac{C_2^4}{V_2^9}$
 $\underline{\hspace{2cm}} \frac{C_2^5 \cdot C_5^4}{C_5^9}$
 $\underline{\hspace{2cm}} \frac{C_2^9}{C_2^4}$

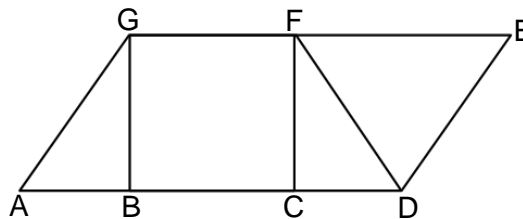
1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

Dados los siguientes números complejos $z_1 = 7 - 8i$, $z_2 = -a + \sqrt{2}i$; y $z_3 = -3 - bi$:

- La parte imaginaria del conjugado de z_1 es _____.
- Si $z_2 = z_3$, entonces los valores de a y b en ese orden son _____.

2. En la figura:

- Los puntos A, B, C y D están alineados,
- $F \in \overline{GE}$,
- ADEG es paralelogramo,
- BCFG es rectángulo,
- ADFG es un trapecio isósceles de bases \overline{AD} y \overline{FG} .



- a) Demuestra que $\triangle ABG = \triangle CDF$.

- b) Si el $\angle CDF = 60^\circ$; F es el punto medio de \overline{GE} y $\overline{FD} = 6,0 \text{ dm}$, calcula la longitud de la poligonal abierta BDEG.

3. Sea la sucesión $\{a_n\} = \left\{1; \frac{7}{2}; 6; \frac{17}{2}; \dots; \frac{5n+2}{2}; \dots\right\}$ con $n \in \mathbb{N}$:

- Determina el término que ocupa el lugar 41 en la sucesión.
- Demuestra aplicando el principio de inducción completa que las sumas parciales de los términos de la sucesión $\{a_n\}$ se determinan por la fórmula $S(n) = \frac{(n+1)(5n+4)}{4}$ para todo con $n \in \mathbb{N}$.

4. En la etapa al campo tres brigadas de estudiantes de un preuniversitario se propusieron llenar juntos en un día de trabajo 525 cajas de tomates. Al mediodía la brigada #1 había llenado las $\frac{2}{3}$ partes de las cajas que la brigada se había propuesto y la brigada #2 el 60%, por lo que le faltaba por llenar a ambas juntas 126 cajas. A la brigada #3 le faltaba $\frac{1}{5}$ de las cajas que se había propuesto, lo cual equivale a que necesitaba la mitad de las cajas que le faltaba a la brigada #1 para completar lo que se había propuesto.

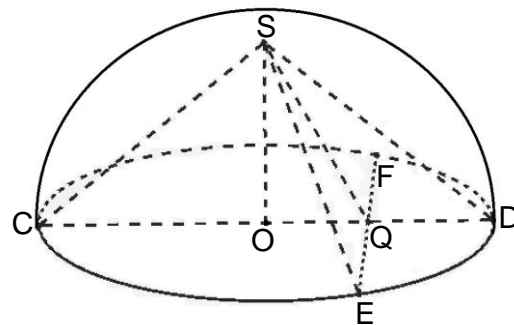
- ¿Cuántas cajas se propuso llenar cada brigada?
- Si cada estudiante debía llenar como promedio 7 cajas, ¿cuántos integrantes tiene la brigada #1?

5. En la figura se muestra una pieza maciza en forma de semiesfera de diámetro \overline{CD} y centro O, de la cual se quiere obtener un cono circular recto de vértice S, de modo que la base del cono coincida con la base de la semiesfera.

- El vértice S es un punto interior de la semiesfera,
- El diámetro \overline{CD} corta a la cuerda \overline{EF} de la base del cono en su punto medio Q.

a) Prueba que el $\angle QSE + \angle QES = 90^\circ$.

b) Si el área de la semiesfera es de $192\pi \text{ dm}^2$ y la $\tan \angle OSC = \frac{4}{3}$, calcula el valor del área total del cono que se obtendrá.



Temario 36-2017 1

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ Sean los conjuntos A y B tales que $A \subset B$ y $x_1 \in A$, entonces $x_1 \in B$.
 b) ___ Si dos rectas no están contenidas en un mismo plano, es porque son paralelas.
 c) ___ $\sqrt[4]{-16} \in \mathbb{R}$.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1 La cantidad de maneras diferentes de formar números de dos cifras distintas utilizando los dígitos {0; 2; 4; 6; 8} es:

- a) ___ 20 b) ___ 10 c) ___ 16 d) ___ 8

1.2.2 En un preuniversitario se seleccionaron 30 estudiantes como candidatos a presidente y vicepresidente para el jurado del evento de Sociedades Científicas a desarrollarse en su escuela. La cantidad de formas diferentes en que se puede conformar este jurado es de:

- a) ___ 60 b) ___ $\frac{1}{5}$ c) ___ C_{230} d) ___ V_{230}

1.2.3 Si se lanza un dado homogéneo cuyas caras están enumeradas del 1 al 6, entonces la probabilidad de obtener un 5 en la cara superior es de:

- a) ___ $\frac{1}{5}$ b) ___ $\frac{1}{6}$ c) ___ $\frac{5}{6}$ d) ___ 1

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 Si el número complejo $z_1 = 2\text{cis}180^\circ$, este se puede expresar en forma binómica como $z_1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

1.3.2 El conjugado del número complejo $w = \frac{1}{3}(3i - 3)$ es $\overline{w} = \underline{\hspace{2cm}}$.

1.3.3 Sean $z_1 = 3 + 2i$ y $z_2 = -3 + 2i$ dos números complejos tales que $z_3 = z_1 - z_2$, entonces la parte real de z_3 es $\Re(z_3) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. Sea la igualdad $3 + 6 + 9 + \dots + 3n = S(n)$:

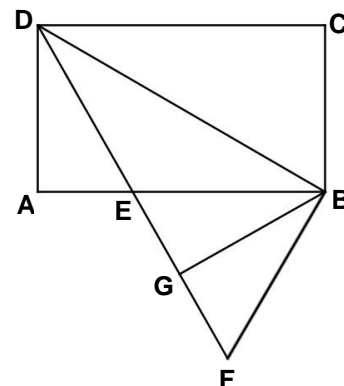
- a) Determina el octavo término que corresponde en el miembro izquierdo de la igualdad.
 b) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que $S(n) = \frac{3}{2}n(n+1)$ para todos los valores de $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

3. En la figura:

- ABCD es rectángulo,
- $E \in \overline{AB}$,
- E es el punto medio de \overline{DF} ,
- El $\triangle BEF$ es isósceles de base \overline{FB} y \overline{BG} es una de sus alturas.

a) Demuestra que $\triangle DAE = \triangle EGB$.

b) Si el $\angle EDA = 30^\circ$ y $\overline{AE} = 2,0 \text{ dm}$, calcula el valor del área del $\triangle DEB$.



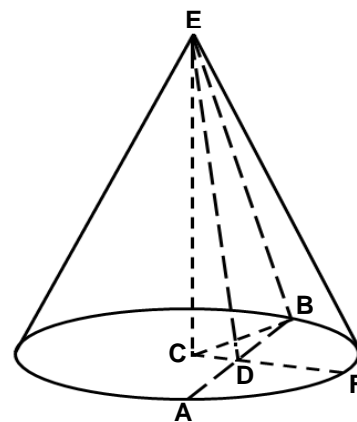
4. En un concurso de Matemática realizado en un IPU participaron un total de 260 estudiantes entre los tres grados. El número de participantes de décimo grado disminuido en 9 y sumado con el duplo de la cantidad de los que participaron en undécimo grado, es igual al total de participantes en el concurso. Además, la cantidad de participantes entre décimo y undécimo grado fue de 159 estudiantes. ¿Cuántos estudiantes de cada grado participaron en el concurso?

5. La figura representa al cono circular recto de centro en C y radio $r = \overline{CB} = 3,0 \text{ cm}$ O, del cual se conoce que:

- F es un punto de la circunferencia base,
- $D \in \overline{CF}$,
- D es el punto medio de la cuerda \overline{AB} .

a) Prueba que el $\triangle EDB$ es rectángulo en D.

b) Si el $\angle CBE = 60^\circ$, calcula el valor del volumen del cono.



Temario 37-2017 2

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ Si A y B son dos conjuntos de números reales tales que $4 \in A$ y $4 \notin B$ entonces $4 \in (A \cap B)$.
 b) ____ Los vértices de un triángulo determinan un plano único.
 c) ____ Sean a y b dos números fraccionarios cualesquiera, entonces la diferencia entre a y b es también un número fraccionario.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una “X” en cada caso:

1.2.1 En una heladería se ofertan 7 sabores de helados. Un “Tres Gracias” está compuesto por tres bolas de helado. La cantidad de maneras diferentes que se puede elaborar esta especialidad con tres sabores diferentes de los que se ofertan, es de:

- a) ____ P_3 b) ____ P_7 c) ____ V_{37} d) ____ C_{37}

1.2.2 Dados los conjuntos $A = \{n, r, s\}$, $B = \{a, e\}$ y $C = \{1; 3; 5; 7\}$. La cantidad de maneras diferentes que se puede escribir una clave de tres caracteres formada por una consonante, una vocal y un número, en ese orden con los elementos de los conjuntos A, B y C, es:

- a) ____ $6!$ b) ____ $3!$ c) ____ 12 d) ____ 24

1.2.3 Si se lanza un dado homogéneo cuyas caras están enumeradas del 1 al 6, entonces la probabilidad de obtener un múltiplo de 9 es:

- a) ____ $\frac{1}{3}$ b) ____ $\frac{3}{2}$ c) ____ 0 d) ____ 1

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 El número complejo $T = 2\text{cis} \frac{2\pi}{3}$ se puede escribir en forma binómica de la forma $T = \underline{\hspace{2cm}}$.

1.3.2 Si $z_1 = 1 + i$ y $z_2 = 1 - i$ son dos números complejos, entonces la parte imaginaria del resultado de calcular $z_1 \cdot z_2$ es $\Im(z_1 \cdot z_2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2.3.2 El conjunto solución de la ecuación $x(x^2 + 1) = 0$. Con $x \in \mathbb{C}$ es $S = \{\underline{\hspace{2cm}}\}$.

2. Sea la igualdad $3 + 7 + 11 + \dots + (4n - 1) = n(2n + 1)$:

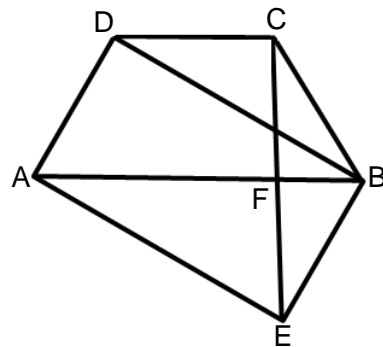
- a) Verifica que el término de orden 25 es 99.
 b) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que la igualdad dada se cumple para todos los valores de $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

3. La figura:

- ABCD es trapecio isósceles de bases \overline{AB} y \overline{DC} ,
- AEBD es rectángulo,
- $\overline{AB} \perp \overline{EC}$ en F.

a) Demuestra que $\triangle AEB \sim \triangle CFB$.

b) Si el $\angle CDA = 120^\circ$ y $\overline{BC} = 2,0 \text{ dm}$, calcula el valor del perímetro del rectángulo AEBD.

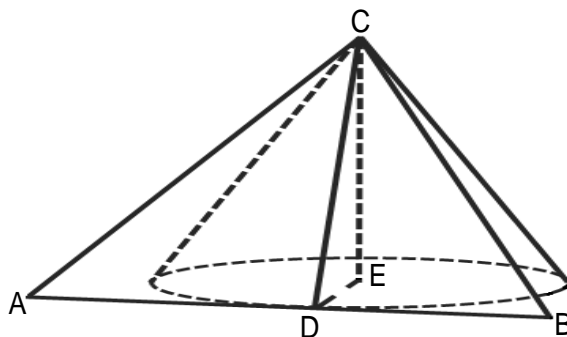


4. En un evento de monitores realizado en un IPVCE participaron 34 estudiantes de los tres grados. El doble de la cantidad de participantes de duodécimo grado excede en 6 estudiantes a la cantidad de participantes de décimo grado. Además, el 70% de la cantidad de estudiantes de undécimo grado es igual a la mitad de la cantidad de participantes de décimo grado. ¿Cuántos estudiantes por grado participaron en el evento de monitores?

5. La figura representa el cono circular recto cuya base tiene centro en E y radio $r = \overline{ED}$, y \overline{AB} está contenida en el mismo plano de la base del cono y es tangente a esta en el punto D.

a) Prueba que \overline{CD} es altura del $\triangle ABC$.

b) Si la oblicua $\overline{CD} = 8,0 \text{ cm}$ y el $\angle CDE = 45^\circ$, calcula el valor del volumen del cono.



Temario 38-2017 3

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ Si $A = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x \leq 1\}$ y B es el conjunto de los números naturales, entonces $A \cap B = \{1\}$.
- b) ____ Si a y b son las longitudes de los lados de un rectángulo con $a \in \mathbb{Q}_+$ y $b \in \mathbb{Q}_+$, entonces el valor numérico de su área también es un número fraccionario.
- c) ____ Si una recta r es perpendicular al plano α , entonces r es perpendicular a solo dos rectas contenidas en α .

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una “X” en cada caso:

1.2.1 El número de palabras de 6 letras (tengan sentido o no) que se pueden formar con las letras de la palabra EXITOS:

- a) ____ 1 b) ____ 6 c) ____ $6!$ d) ____ 30

1.2.2 En un preuniversitario que tiene 8 grupos de décimo grado. La cantidad de formas diferentes en que se pueden seleccionar tres grupos para recibir en el primer turno de clases las asignaturas de Matemática, Física y Química es:

- a) ____ V_{38} b) ____ 8 c) ____ C_{28} d) ____ P_3

1.2.2 En una competencia de ajedrez participaron un total de 8 equipos, de ellos, 4 representando la zona oriental, 2 la zona central y 2 el occidente del país. La probabilidad de seleccionar al azar un equipo que no sea de la zona central es de un:

- a) ____ 25% b) ____ 75% c) ____ 50% d) ____ 100%

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 Sean los números complejos $z_1 = -2i$ y $z_2 = (x + 1) - 2i$. Si $z_1 = z_2$, resulta que $x =$ _____

1.3.2 Si $w = 2 \operatorname{cis} \frac{3\pi}{2}$ y $t = \sqrt{2} \operatorname{cis} \frac{\pi}{2}$ son dos números complejos, entonces el resultado de calcular

$w:t =$ _____.

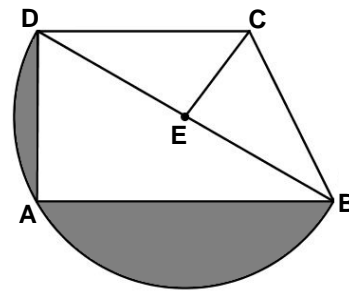
1.3.3 Sea el número complejo $z = i^{2016}$, entonces el dominio numérico más restringido al que pertenece z es _____.

2. Sea la igualdad $1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{3n^2 - n}{2}$:

- a) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que la igualdad es verdadera para todos los valores de $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.
- b) Determina el décimo término que corresponde en el miembro izquierdo de la igualdad.

3. En la semicircunferencia de centro E y diámetro \overline{BD} se tiene que:

- A pertenece a esta,
- ABCD es un trapecio de bases \overline{AB} y \overline{DC} ,
- \overline{CE} es una de las alturas del ΔBCD .



a) Demuestra que $\frac{\overline{BC}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{AD}}$.

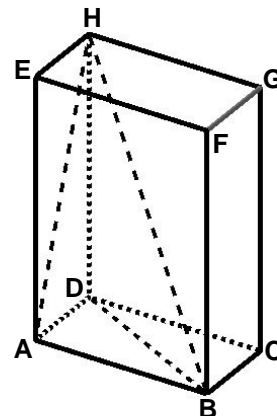
b) Si el $\angle CDB = 30^\circ$ y $\overline{AD} = 4,0 \text{ cm}$, calcula el valor del área sombreada.

4. De los 100 vehículos entre autos y camiones que habían en una base de transporte en total, por problemas de capacidad en la base, fueron trasladados para una terminal el 40% de la cantidad de autos y la cuarta parte de la cantidad de camiones. Si de esta forma quedaron en la base de transporte 63 vehículos entre autos y camiones.

- ¿Cuántos autos habían antes de realizarse el traslado en la base de transporte?
- Después del traslado de los autos de la base a la terminal el total de autos parqueados en esta última aumentó en un 20%. ¿Cuántos autos tendrá la terminal antes de recibir los autos trasladados?

5. En la figura se muestra el prisma recto ABCDEFGH que tiene como bases los rectángulos ABCD y EFGH.

- Demuestra que \overline{HA} es una de las alturas del ΔHAB .
- Si el volumen del prisma es de 48 dm^3 , $\overline{AE} = 6,0 \text{ dm}$ y $2\overline{AD} = \overline{DC}$, calcula el valor del área lateral del prisma ABCDEFGH.



Temario 39-2017 4

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ $\mathbb{Q}_+ \subset \mathbb{Z}$.
- b) ☐ Si A y B son dos conjuntos de números reales y $A \subset B$ entonces $A \setminus B = A$.
- c) ☐ Si P es un punto que no pertenece al plano α , entonces se puede trazar una y solo una recta que pase por el punto P y sea perpendicular al plano α .

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1 En un concurso de conocimientos participan siete provincias del país. La cantidad de maneras diferentes que puede quedar la tabla de posiciones de los lugares alcanzados por cada provincia es:

- a) ☐ 1 b) ☐ 5 040 c) ☐ 7 d) ☐ 720

1.2.2 Dados los conjuntos $A = \{1; 2\}$ y $B = \{3; 4; 5; 6\}$. La cantidad de maneras diferentes que se pueden formar números de dos cifras en los cuales la cifra de las unidades pertenezca al conjunto A y la cifra de las decenas pertenezca al conjunto B es:

- a) ☐ 16 b) ☐ 4 c) ☐ 24 d) ☐ 8

1.2.3 Si en una escuela se desea seleccionar un día de la semana para realizar un trabajo voluntario en saludo al día de la FAR. La probabilidad de que el día seleccionado no sea sábado ni domingo es:

- a) ☐ $\frac{5}{7}$ b) ☐ $\frac{2}{7}$ c) ☐ V_5^7 d) ☐ C_5^7

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 Sea $z_1 = \sqrt{24} - 5i$ un número complejo, entonces su módulo es igual a _____

1.3.2 Al expresar el número complejo $z = \sqrt{2} \operatorname{cis} \frac{\pi}{4}$ en forma binómica se obtiene _____.

1.3.3 Si el número complejo $z_1 = 3 \operatorname{cis} 15^\circ$, entonces $z_1^3 =$ _____.

2. Sea la igualdad $4 + 8 + 12 + \dots + 4n = 2n(n + 1)$:

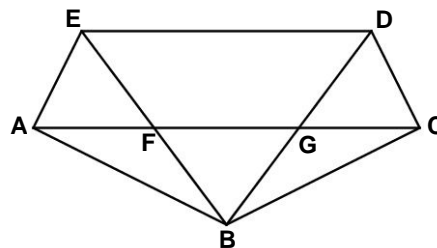
- a) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que la igualdad es verdadera para todos los valores de $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.
- b) El término de orden 10 es 40. Prueba a través de cálculos que esta afirmación es verdadera.

3. La figura muestra el polígono ABCDE en el que se cumple que:

- El $\triangle ABC$ es isósceles de base \overline{AC} ,
- Los puntos A, F, G y C están alineados,
- $\overline{AG} = \overline{FC}$.

a) Demuestra que $\overline{FB} = \overline{BG}$.

b) Si el $\angle EFG = 130^\circ$, calcula la amplitud del $\angle FBG$.



4. Con el objeto de chequear la situación epidemiológica y evitar la propagación del mosquito Aedes Aegypti, tres operarios de la campaña visitaron un total de 258 casas en un día. La cantidad de las casas visitadas por el primero de los operarios es igual al 80% de las casas visitadas por el segundo operario. Se conoce además que la suma de la cantidad de casas visitadas por el primero de los operarios y el segundo operario conjuntamente excede en 66 a la cantidad de casas visitadas por el tercero de los operarios. ¿Cuántas casas fueron visitadas por cada operario?

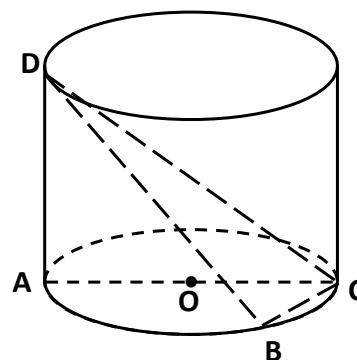
5. La figura representa el cilindro circular recto de centro O, del cual se conoce que:

- \overline{AC} es el diámetro de la base inferior,
- \overline{AD} es una generatriz del cilindro,
- El $\triangle ACB$ está inscrito en la base inferior del cilindro.

a) Clasifica el $\triangle DBC$ según la amplitud de sus ángulos.

b) Calcula el volumen del cilindro si se conoce que $\overline{AB} = 12,0\text{cm}$;

$\overline{BC} = 16,0\text{cm}$ y la $\tan \angle ACD = 1$.



Temario 40-2017 5

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ Si n es un número *natural par* tal que $n \neq 0$, entonces siempre es posible calcular $\sqrt[n]{-n}$.
- b) ___ Si dos rectas son perpendiculares a un mismo plano, entonces son paralelas entre sí.
- c) ___ Si $A \cap B = \{3; -3; 4; -4; 5; -5\}$, entonces $A \subset \mathbb{N}$.

1.2 Selecciona la respuesta marcando con una "X" correcta en cada caso.

En una competencia de exploración y campismo participaron 14 jugadores entre ellos 6 varones. Cada uno tiene igual posibilidad de ganar, se establece como norma que no habrá empates y cada uno jugará contra todos:

a) La probabilidad que el primer lugar lo ocupe una hembra es:

___ 1 ___ $\frac{4}{7}$ ___ 75% ___ $\frac{3}{7}$

b) La cantidad de formas diferentes en que se puede ser otorgado los tres primeros lugares es:

___ V_3^{14} ___ $8!6!$ ___ C_3^{14} ___ 48

c) La cantidad de formas diferentes en que se puede seleccionar una pareja formada por una hembra y un varón es:

___ 182 ___ 48 ___ 91 ___ 8

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 Al expresar el número complejo $z = 1 + \sqrt{3}i$ en forma trigonométrica se obtiene _____.

1.3.2 Al calcular $z = (2 + 3i)(3i - 2)$ se obtiene _____.

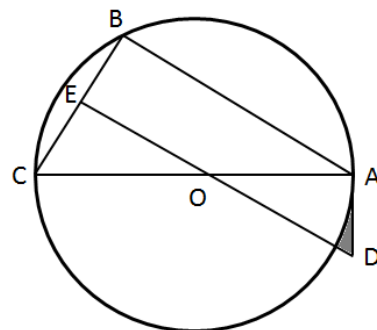
1.3.3 El conjunto solución de la ecuación $x^2 + 16 = 0$ si $x \in \mathbb{C}$, es $S = \{ \text{_____} \}$.

2. En la figura se muestra la circunferencia de centro O y diámetro $\overline{AC} = 12 \text{ cm}$, en la que se cumple que:

- El punto B pertenece a la circunferencia,
- \overline{AD} es tangente a la circunferencia en el punto A,
- $\overline{ED} \perp \overline{BC}$ en E,
- $O \in \overline{DE}$.

a) Demuestra que los triángulos ABC y DAO son semejantes.

b) Si el $\angle COE = 30^\circ$ y el $A_{\triangle DAO} = 6\sqrt{3} \text{ cm}^2$, calcula el valor aproximadamente del área de la región sombreada.



3. Sea la igualdad $7 + 9 + 11 + \dots + (2n + 5) = S(n)$

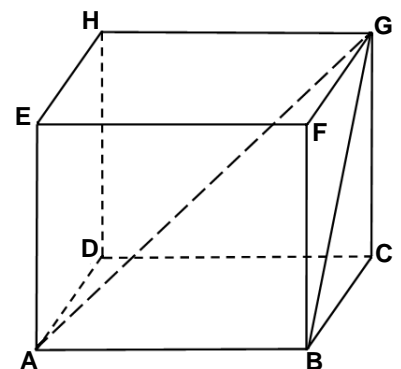
- Determina el décimo término que aparece en el miembro izquierdo de la igualdad.
- Demuestra aplicando el principio de inducción completa que $S(n) = n(n + 6)$ para todo $n \in \mathbb{N}; n \geq 1$.

4. Dos brigadas de estudiantes de un preuniversitario se propusieron recoger en un día 280 latas de café. Después de terminar la jornada de la mañana, la brigada A había recogido las dos quintas partes de lo que se propuso recoger y la brigada B el 60% de su meta; quedando por recoger entre las dos brigadas 142 latas en la sesión de la tarde y así poder cumplir con el compromiso que se plantearon.

- ¿Cuántas latas de café se propuso recoger cada brigada?
- ¿Qué tanto por ciento de la cantidad de latas que se propusieron recoger estas dos brigadas en un día faltaba por recoger en la sesión de la tarde?

5. La figura se muestra el prisma recto ABCDEFGH cuya base inferior es el cuadrado ABCD.

- Prueba que el $\triangle ABG$ es rectángulo.
- Calcula el valor del volumen del prisma si se conoce que $\overline{AB} = 40\sqrt{3} \text{ cm}$ y el $\angle GBC = 60^\circ$.



Temario 41-2017 6

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ Sean r y s dos rectas cualesquiera tales que $r \perp s$, entonces se puede afirmar que las rectas r y s determinan un plano único.
- b) ___ Si $A = [-4; 0]$ y $B = \{x \in \mathbb{R} : x < 0\}$, entonces $A \cap B = [-4; 0]$.
- c) ___ $\sqrt[5]{-32} \in \mathbb{R}$.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

En el concurso de profesores de Matemática convocado por la Sociedad de Matemática en Cuba, participaron 10 profesores de la provincia Granma, de ellos, 6 fueron del sexo femenino:

a) La cantidad de maneras diferentes en que se pueden seleccionar 3 concursantes para que sean entrevistados en el telecentro de la provincia sede es de:

___ 10 ___ 720 ___ 120 ___ 24

b) La probabilidad de que el ganador en el concurso sea del sexo masculino es:

___ 40% ___ $\frac{5}{2}$ ___ $\frac{3}{5}$ ___ 25%

c) La cantidad de formas diferentes en que puede confeccionarse un listado solamente con los nombres de todas las profesoras participantes por la provincia de Granma es:

___ 1 ___ 720 ___ 6 ___ 24

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 La parte imaginaria del número complejo $w = 5(2i - \frac{1}{5})$ es $\Im(w) =$ _____.

1.3.2 Sean los números complejos $z_1 = 3 \text{ cis } 20^\circ$ y $z_2 = 2 \text{ cis } 180^\circ$, entonces al calcular $z_1 \cdot z_2$ se obtiene _____.

1.3.3 Al escribir el número complejo $p = \sqrt{5} - \sqrt{5}i$ en forma polar se obtiene $p =$ _____.

2. Sea la igualdad $3 + 8 + 13 + \dots + (5n - 2) = \frac{5n^2 + n}{2}$:

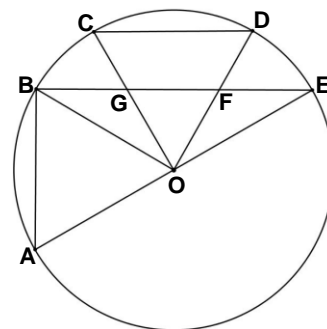
- a) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que la igualdad es verdadera para todos los valores de $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.
- b) Determina el término que ocupa el lugar 25 en el miembro izquierdo de la igualdad.

3. En la figura se tiene que:

- Los puntos B, C y D pertenecen a la circunferencia de centro O y diámetro \overline{AE} ,
- El arco BC es igual al arco DE,
- G y F pertenecen a los radios \overline{OC} y \overline{OD} respectivamente,
- Los puntos B, G, F y E están alineados.

a) Prueba que $\overline{GO} = \overline{OF}$.

b) Calcula el valor del perímetro del $\triangle AOB$ si el $\angle GBO = 30^\circ$ y $\overline{AE} = 6,0\text{ cm}$.



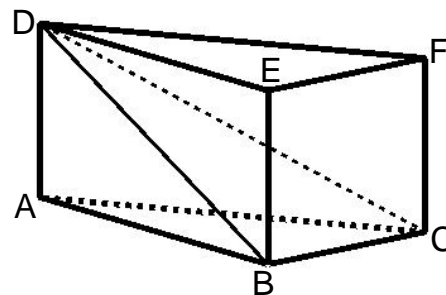
4. Tres depósitos de gasolina tienen una capacidad de 2 104 litros entre los tres. La capacidad que tiene el segundo excede en 674 litros al quíntuplo del tercero. La capacidad del primero aumentado en 22 litros representa el 60% de la capacidad del tercero. ¿Qué capacidad tiene cada depósito?

5. En la figura se muestra el prisma recto ABCDEF, cuya base inferior es el $\triangle ACB$ rectángulo en B. Además se conoce que:

- La altura del prisma es $\overline{AD} = 4\sqrt{3}\text{ cm}$.

a) Prueba que el $\triangle DBC$ es rectángulo en B.

b) Calcula el valor del volumen del prisma ABCDEF si $\overline{AC} = 16\text{ cm}$ y el $\angle CAB = 30^\circ$.



Temario 42-2017 7

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ Si $x \in \mathbb{Z}$, entonces siempre es posible calcular $\sqrt[6]{x}$.
- b) ____ Si $A = (0; 3]$ y $B = \{x \in \mathbb{R}: 0 \leq x \leq 3\}$, entonces $A \cap B = [0; 3]$.
- c) ____ Sean r , s y t tres rectas diferentes en el plano tales que $r \perp t$ y $s \perp t$, entonces se puede afirmar que las rectas r y s determinan un plano único.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1 Sea el polinomio $P(x) = 2x^3 + x^2 + 2x + 3$ con $x \in \mathbb{C}$. Al calcular $P(i)$ se obtiene:

- a) ____ 2 b) ____ $4i + 2$ c) ____ $-4i + 2$ d) ____ -2

1.2.2 Al expresar el número complejo $s = \sqrt{2} \operatorname{cis} 45^\circ$ en forma binómica es $s =$

- a) ____ $i + 1$ b) ____ $\sqrt{2} + i$ c) ____ $-\sqrt{2}$ d) ____ $-1 + i$

1.2.3 Al efectuar el producto de los números complejos $z_1 = \operatorname{cis} \pi$ y $z_2 = 2 \operatorname{cis} \frac{2\pi}{3}$ se obtiene:

- a) ____ $\operatorname{cis} \pi$ b) ____ $2 \operatorname{cis} \pi$ c) ____ $2 \operatorname{cis} \frac{\pi}{3}$ d) ____ $2 \operatorname{cis} \frac{5\pi}{3}$

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

En una competencia sobre habilidades de cálculos con números complejos entre estudiantes de duodécimo grado en un preuniversitario, participaron un total de 40 estudiantes, de ellos, 15 son varones:

- a) La probabilidad de que el primer lugar lo alcance un varón es ____.
- b) La cantidad de maneras diferentes en que se pueden seleccionar tres estudiantes de los participantes en la competencia, para participar en la clausura del evento es ____.
- c) Si de las hembras participantes se quieren seleccionar dos, una como presidenta y la otra como secretaria para participar como tribunal en el evento de mujeres creadoras organizado por la FEEM. La cantidad de formas diferentes que se puede realizar esta selección es ____.

2. Sea la igualdad $\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \dots + \left(\frac{n}{7}\right) = S(n)$

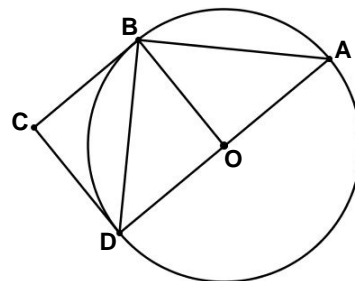
- a) Calcula la suma de los 12 primeros sumandos.
- b) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que $S(n) = \frac{n(n+1)}{14}$ para todos los valores de $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

3. En la figura:

- El punto B pertenece a la circunferencia de centro O y diámetro $\overline{DA} = 8,0\text{ cm}$,
- ABCD es un trapecio de bases \overline{DA} y \overline{BC} ,
- \overline{CD} es tangente a la circunferencia en el punto D,
- $\overline{CD} \parallel \overline{BO}$.

a) Demuestra que $\triangle BCD \sim \triangle ABD$.

b) Calcula el valor del perímetro del trapecio ABCD.



4. La cantidad de litros de combustible que tiene un recipiente A es igual al 75% de la cantidad de litros que contiene un recipiente B. Si del recipiente A se vierten 10 litros de combustible en el recipiente B, entonces en el recipiente A quedarían las dos terceras partes que la cantidad que tendría el recipiente B.

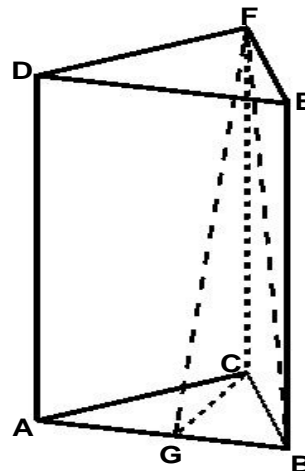
a) ¿Qué cantidad de litros de combustible hay en el recipiente A?

b) ¿Qué por ciento representa la cantidad de combustible del recipiente B con relación al total de combustible almacenados en los dos recipientes?

5. La figura representa el prisma recto ABCDEF cuyas bases son los triángulos equiláteros ABC y DEF, en la que \overline{GC} es la bisectriz del $\angle BCA$.

a) Prueba que el $\triangle FGB$ es rectángulo.

b) Si el $\angle FBC = 60^\circ$ y el perímetro de la base ABC es de 24,0cm, calcula el valor del área lateral del prisma.



Temario 43-2017 8

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ Una recta y un punto que no pertenezca a ella determinan un plano único.
- b) ____ Si $A = (-\infty; 12]$ y $B = \{x \in \mathbb{N} : 4,6 \leq x \leq 5,6\}$, entonces $5 \in A \setminus B$.
- c) ____ Sean los números complejos $z_1 = i^6$ y $z_2 = i^4$, entonces el dominio numérico más restringido al que pertenece el resultado de calcular $\frac{z_1}{z_2}$ es a los número naturales.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una “X” en cada caso:

En una unidad militar se realiza un ejercicio para verificar la disposición combativa de 5 sargentos y 6 soldados, los cuales compiten entre sí.

a) La cantidad de maneras diferentes en que se puede obtener los tres primeros lugares entre todos los participantes en el ejercicio es:

____ C_{511} ____ C_{611} ____ V_{311} ____ P_6

b) Si se selecciona uno de entre ellos al azar, la probabilidad de que sea un soldado es:

____ 1 ____ $\frac{5}{11}$ ____ $\frac{6}{11}$ ____ $\frac{1}{6}$

c) La cantidad de maneras diferentes que pueden ubicarse los sargentos para iniciar la carrera de resistencia es:

____ 5! ____ 6! ____ 11! ____ C_{511}

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 La parte imaginaria del número complejo $t = 2i - 4(i - 1,5)$ es $\Im(t) =$ _____.

1.3.2 Al expresar el número complejo $w = \sqrt{3} + i$ en forma trigonométrica es $w =$ _____.

1.3.3 Si $z_1 = \text{cis } 141^\circ$ y $z_2 = \text{cis } 63^\circ$ son número complejo, entonces el resultado de calcular $z_1 : z_2 =$ _____.

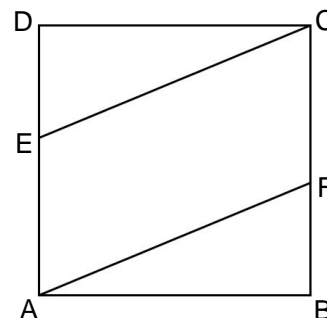
2. Sea la igualdad $\frac{5}{3} + \frac{8}{3} + \frac{11}{3} + \dots + \left(\frac{3n+2}{3}\right) = S(n)$:

a) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que $S(n) = \frac{n(3n+7)}{6}$ para todos los valores de $n \in \mathbb{N} : n \geq 1$.

b) Calcula la suma de los 10 primeros sumandos.

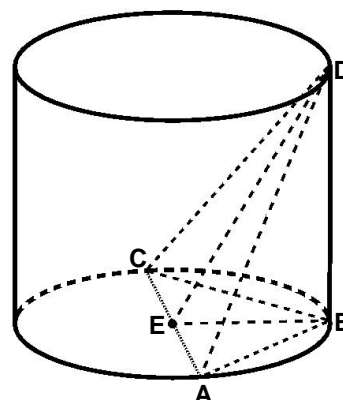
3. La figura:

- ABCD es cuadrado,
- Los puntos E y F pertenecen a \overline{AD} y \overline{BC} respectivamente,
- AFCE es un paralelogramo.

a) Demuestra que $\triangle FBA = \triangle CDE$.b) Si $\overline{BF} = 5,0\text{ cm}$ y $\overline{AB} = 12,0\text{ cm}$, calcula el valor del área del paralelogramo AFCE.

4. Para la venta en los mercados de la red minorista, una fábrica textil produjo en una jornada de trabajo 190 unidades entre toallas, sábanas y fundas para almohadas. El triplo de la cantidad de toallas menos el triplo de la cantidad de sábanas excede en 10 unidades a la cantidad de fundas y la cantidad de fundas es el doble de la cantidad de sábanas. ¿Cuántas unidades de cada tipo produjo la fábrica durante esta jornada?

5. La figura representa el cilindro circular recto cuya base inferior es el círculo de centro E y diámetro $\overline{AC} = 10\text{ cm}$. Además se conoce que \overline{EB} es una de las alturas del $\triangle ABC$ y \overline{DB} es una de las generatrices del cilindro.

a) Prueba que $\overline{DE} \perp \overline{AC}$.b) Si $\overline{DE} = \overline{AC}$, calcula el volumen del cilindro.

Temario 44-2017 9

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ Si r y s son dos rectas cualesquiera tales que $r \cap s = \{P\}$, entonces r y el punto P determinan un único plano.
- b) ___ Si A y B son dos conjuntos cualesquiera tales que $A \subset B$, entonces $A \cup B = B$.
- c) ___ -1,41 es un número fraccionario.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso:

1.2.1 En un policlínico se realizó la convocatoria al personal médico para un curso de idioma portugués, resultando matriculados 8 médicos. La cantidad de formas diferentes en que se pueden seleccionar tres médicos para formar parte de la colaboración cubana en Brasil es:

___ $8!$ ___ C_3^8 ___ V_3^8 ___ P_3

1.2.2 En el campamento de verano organizado por la Unión de Jóvenes Comunistas en la etapa vacacional, participaron en total 20 estudiantes de los IPVCE y 60 de los IPU. La probabilidad de seleccionar al azar uno de los participantes y que este sea de los IPVCE para participar en una conferencia internacional sobre las aplicaciones de la Matemática en la medicina es:

___ 25% ___ 75% ___ $\frac{1}{2}$ ___ $\frac{1}{20}$

1.2.3 La cantidad de formas de confeccionar una bandera de tres franjas con tres colores distintos es:

___ 3 ___ 27 ___ 9 ___ $3!$

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

Dados los siguientes números complejos $z_1 = 3 + \sqrt{3}i$, $z_2 = 1 - i$, $z_3 = 3 + \left(x + \frac{1}{5}\right)i$ con $(x \in \mathbb{R})$ y

$z_4 = 3 + 0,2i$:

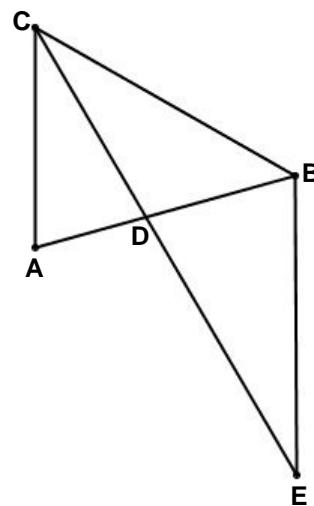
- a) El módulo del número complejo z_1 es _____.
- b) El resultado de calcular $(z_2)^2$ es _____.
- c) Se puede afirmar que $z_1 = z_2$ para $x =$ _____.

2. En la figura:

- El triángulo EBC es isósceles de base \overline{CE} ,
- $\overline{CE} \cap \overline{AB} = \{D\}$,
- \overline{CD} es la bisectriz del $\angle BCA$.

a) Demuestra que $\overline{AC} \cdot \overline{DE} = \overline{CD} \cdot \overline{BE}$

b) Si $\overline{EB} = 40 \text{ cm}$ y $\angle CEB = 30^\circ$, calcula el valor del área del $\triangle EBC$.



3. Dada la propiedad $7 + 13 + 19 + \dots + (6n + 1) = n(3n+4)$:
- Verifica mediante cálculos que el término de orden 25 es 151.
 - Demuestra aplicando el principio de inducción completa que la igualdad se cumple para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

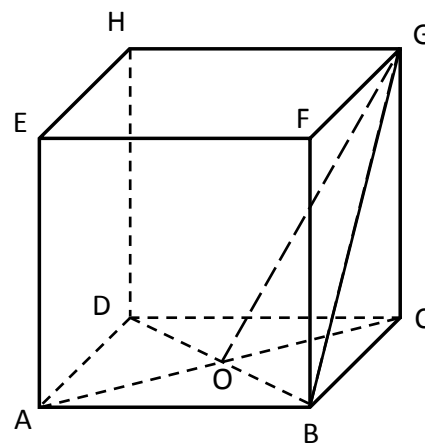
4. Para apoyar el evento de Pedagogía 2017 se han elegido 126 estudiantes de los tres grados que integran las sociedades científicas en un IPU. Los estudiantes elegidos de undécimo grado excede en 2 a la cantidad de los elegidos de décimo grado; mientras que el 50% de los elegidos del duodécimo grado es igual a la tercera parte de los de undécimo grado. ¿Cuántos estudiantes de cada grado fueron elegidos para participar en el evento?

5. En la figura se muestra el prisma recto ABCDEFGH que tiene como base los rombos ABCD y EFGH, se conoce que:

- Las diagonales \overline{AC} y \overline{BD} de la base inferior ABCD se intersecan en el punto O,
- El $\triangle BCG$ es isósceles de base \overline{BG} .

a) Demuestra que el $\triangle GOB$ es rectángulo en O.

b) Si $\overline{AC} = 160 \text{ cm}$ y $\overline{DO} = 60,0 \text{ cm}$, calcula el valor del volumen del prisma ABCDEFGH.



Temario 45-2018 “Tamayo”

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ Sean los números complejos iguales: $3a-5i = -9+(2c-1)i$, entonces $a=-3$ y $c=2$.
 b) ___ Un punto y una recta determinan un plano único.
 c) ___ Sean los conjuntos $P = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 2\}$ y $Q = [1; 5)$, entonces $\sqrt{7} \in (P \cap Q)$.
 d) ___ El número complejo $w = -1 - i$ en forma trigonométrica es $w = \sqrt{2} \text{ cis } 225^\circ$.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una “X” en cada caso.

1.2.1 Un pelotón de 12^{mo} grado tiene 27 estudiantes de matrícula, de los cuales 12 integran el Comité de Base de la UJC.

a) Se necesita elegir un secretario general, un primer secretario y un segundo secretario para formar la dirección del Comité de Base, entonces la cantidad de formas de realizar esta selección es de:

_____ C_3^{12} _____ V_{12}^{27} _____ C_3^{27} _____ V_3^{12}

b) La probabilidad de elegir aleatoriamente un estudiante del pelotón para participar en una conferencia sobre la vida del Comandante Fidel Castro Ruz y que el seleccionado no sea militante de la UJC, es:

_____ 0,44 _____ $\frac{5}{9}$ _____ $\frac{12}{27}$ _____ 58%

1.2.2 El conjugado del número complejo $z = 2 \text{ cis } 30^\circ$ es:

_____ $\bar{z} = -\sqrt{3} + i$ _____ $\bar{z} = 2 \text{ cis } 330^\circ$ _____ $\bar{z} = \sqrt{3} + i$ _____ $z = 2 \text{ cis } 210^\circ$

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

La siguiente tabla muestra el registro diario de temperaturas en una cámara refrigerada durante el mes de febrero.

- a) La marca de clase de la clase modal es de _____ $^\circ\text{C}$.
 b) La temperatura en la cámara refrigerada se mantuvo por debajo de 0°C durante _____ días.

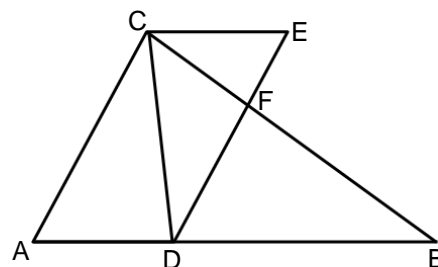
Temperaturas ($^\circ\text{C}$)	Fi
$[-16; -8)$	7
$[-8; 0)$	10
$[0; 8)$	4
$[8; 16)$	7

2. En la figura:

- ADEC es paralelogramo,
- $\overline{BC} \cap \overline{ED} = \{F\}$, $\overline{CF} \perp \overline{ED}$.
- El triángulo ABC es rectángulo en C,
- \overline{CD} es la altura del $\triangle ABC$ relativa al lado \overline{AB} .

a) Demuestra que el $\triangle ADC \sim \triangle CFE$.

b) Si $\overline{CE} = 3,0 \text{ cm}$ y $\overline{BD} = 12 \text{ cm}$, calcula el valor del área del paralelogramo ADEC.



3. Sea la igualdad $1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = S(n)$:

- Demuestra aplicando el principio de inducción completa que $S(n)$ se puede determinar a través de la fórmula $S(n) = \frac{n(3n-1)}{2}$ para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.
- Determina el término ubicado en el lugar 2018.

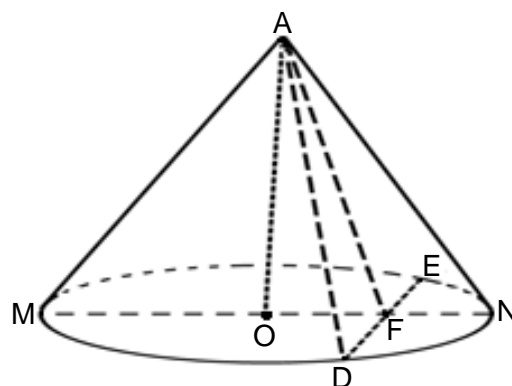
4. En una circunscripción de la capital resultaron nominados a delegados del Poder Popular dos candidatos. Al efectuar el conteo de los votos, todos resultaron válidos y se comprobó que la tercera parte de los votos obtenidos por el primer candidato excedió en seis a los obtenidos por el segundo; pero si 19 de los electores que votaron a favor del primero hubieran votados a favor del segundo, entonces los votos que hubiera obtenido el primer candidato duplicaría los que obtendría el segundo candidato.

- ¿Cuántos votos obtuvo cada uno de los candidatos propuestos?
- ¿Qué tanto por ciento del total de votos obtuvo el candidato ganador?

5. En la figura se muestra el cono circular recto de altura \overline{AO} , cuya base es el círculo de centro O y diámetro \overline{MN} , se conoce además:

- F es el punto medio de la cuerda \overline{DE} ,
- $\overline{MN} \cap \overline{DE} = \{F\}$.

- Clasifica el $\triangle AFD$ atendiendo a la amplitud de sus ángulos interiores. Fundamenta tu respuesta.
- Calcula el valor del volumen del cono si $\overline{AM} = 10 \text{ cm}$ y el $A_{L(\text{cono})} = 1884 \text{ cm}^2$.



Temario 46-2018 “Tamayo”

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ Dos planos paralelos tienen al menos una recta común entre ellos.
- b) ___ El dominio numérico más restringido al que pertenece el número complejo $w = \frac{(-i+1)(i+1)}{2i^{10}}$ es al de los fraccionarios.
- c) ___ Si $z = 32$ es un número complejo, entonces una de las raíces quinta de z es $2\text{cis}0^\circ$.
- d) ___ Si z_1 y z_2 son dos números complejos iguales, tales que, $z_1 = 2 + di$ y $z_2 = -\sqrt{3}i + \frac{c}{2}$, entonces $c = 4$ y $d = -\sqrt{3}$.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una “X” en cada caso.

1.2.1 En la asamblea de nominación de candidatos de una circunscripción se realizaron 6 propuestas (4 mujeres y 2 hombres):

a) Las maneras diferentes en que pueden ubicarse las propuestas una al lado de la otra frente a los electores, si una de las mujeres debe estar en uno de los extremos, es de:

___ $2P_4$ ___ 8 ___ 720 ___ 240

b) Si solo pueden ser nominados dos candidatos, la probabilidad de que al ser seleccionados al azar ambos sean mujeres es de:

___ 60% ___ 17% ___ 66% ___ 40%

1.2.2 El opuesto del número complejo $P = (2 - 3i) - (5 + 6i)$ es:

___ $3 - 9i$ ___ $-3 + 9i$ ___ $-3i + 9$ ___ $3 + 9i$

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

En la siguiente tabla de frecuencias se muestra la cantidad de jonrones conectados por los bateadores de 4 equipos finalistas en la 57 Serie Nacional de béisbol.

- a) La marca de clase de la clase D es ____.
- b) El 10% de los bateadores conectaron entre ____ jonrones.

2 Dada la sucesión $\{a_n\} = \left\{\frac{3}{5}; \frac{6}{5}; \frac{9}{5}; \dots; \frac{3n}{5}; \dots\right\}$ con $n \in \mathbb{N}; n \geq 1$:

a) Determina la posición que ocupa el término 1 209 en la sucesión.

b) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que $\frac{3}{5} + \frac{6}{5} + \frac{9}{5} + \dots + \frac{3n}{5} = \frac{3n(n+1)}{10}$ para todos los valores de $n \in \mathbb{N}; n \geq 1$.

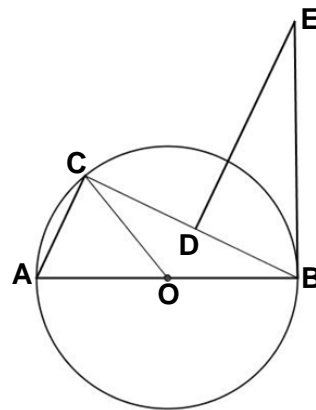
Cantidad de jonrones	Cantidad de bateadores
A: 1 - 5	10
B: 6 - 10	16
C: 11 - 15	20
D: 16 - 20	8
E: 21 - 25	6
Total	60

3. De la circunferencia de centro O y diámetro \overline{AB} se conoce que:

- El punto C pertenece a la circunferencia, \overline{BE} es tangente en B,
- $\overline{AC} \parallel \overline{ED}$,
- $\overline{ED} = \overline{BC} = 9,6 \text{ cm}$.

a) Demuestra que $\overline{BD} = \overline{AC}$.

b) Calcula el valor de la longitud del arco BC si $\overline{AC} = 7,2 \text{ cm}$ y el $\angle BOC = 106^\circ$.



4. En un almacén de distribución de productos de la canasta básica se tienen 600 sacos que contienen arroz, azúcar y frijoles. Se conoce que hay 180 sacos más de azúcar que de arroz y 120 sacos más de frijoles que el 20% de los sacos de azúcar.

a) ¿Cuántos sacos de cada producto hay en el almacén?

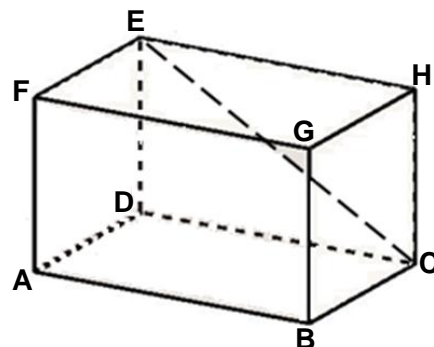
b) Si con cada saco de arroz se puede abastecer a 26 personas, ¿cuántos sacos más se necesitan para 3500 personas?

5. La figura muestra el prisma recto ABCDEFGH de altura \overline{ED} , además de él se conoce que:

- La base ABCD es un paralelogramo,
- $\overline{EC} \perp \overline{BC}$.

a) Demuestra que la base (ABCD) del prisma es un rectángulo.

b) Si el $A_{(ABCD)} = 96 \text{ dm}^2$, $\overline{AB} = 120 \text{ cm}$ y la $\tan \angle DCE = 0.75$, calcula el valor del área lateral del prisma.



Temario 47-2018 1

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ El resultado de calcular $\sqrt[3]{64}$ pertenece a $A = \{x \in \mathbb{R}: 2 < x \leq 5\}$.
- b) ___ $[-1; 1] \setminus (-1; 1) = \{-1; 1\}$.
- c) ___ Si dos rectas son perpendiculares a un plano entonces están contenidas en un mismo plano.
- d) ___ El afijo del número complejo $z = 9i$ es $(9; 0)$.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso.

1.2.1 En una cafetería se ofertan refrescos de 5 sabores, panes de dos tipos y 3 variedades de pasteles (Bocadito oriental, de hojas y rellenos).

a) Si un bufet debe tener un producto de cada tipo, la cantidad de platos diferentes que se pueden confeccionar es:

___ C_2^5 ___ 30 ___ V_3^5 ___ P_{10}

a) Si se tienen 80 pasteles y de ellos 25 son de hojas, la probabilidad de que al escoger aleatoriamente un pastel, este no sea de hoja es de:

___ $\frac{5}{16}$ ___ $\frac{1}{25}$ ___ $\frac{1}{55}$ ___ $\frac{11}{16}$

1.2.2 Al resolver la ecuación $x^2 + 1 = 0$ se obtiene como resultado:

___ Una solución real. ___ Dos soluciones reales. ___ Una solución imaginaria. ___ Dos soluciones imaginarias.

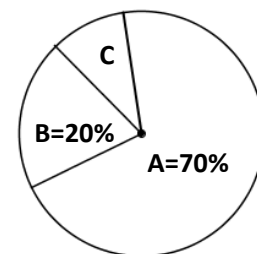
1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

De los 40 estudiantes que optan por carreras pedagógicas en diferentes opciones, estos se han podido agrupar en tres categorías de acuerdo a su elección como se muestra en la siguiente figura.

A: Educación Primaria. B: Educación Especial. C: Defectología.

a) La cantidad de estudiantes que optan por defectología es _____.

b) La variable se clasifica en cuantitativa _____.



2. De la igualdad $\frac{7}{2} + \frac{13}{2} + \frac{19}{2} + \dots + \frac{6n+1}{2} = S(n)$

a) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que $S(n) = \frac{n(3n+4)}{2}$ se cumple para todo $n \in \mathbb{N}: n \geq 1$.

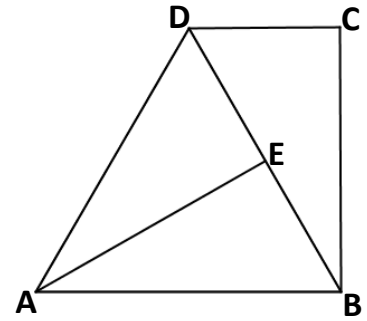
b) Calcula la suma hasta el término que corresponde el orden 10 en el miembro izquierdo de la igualdad.

3. En el trapecio ABCD, rectángulo en B y C se cumple que:

- El $\triangle ABD$ es equilátero,
- \overline{AE} es mediatriz de \overline{BD} .

a) Demuestra que $\triangle BCD \sim \triangle BEA$.

b) Si $\overline{DC} = 2,00 \text{ dm}$ y $\overline{BD} = 4,00 \text{ dm}$, calcula el valor del área del trapecio ABCD.



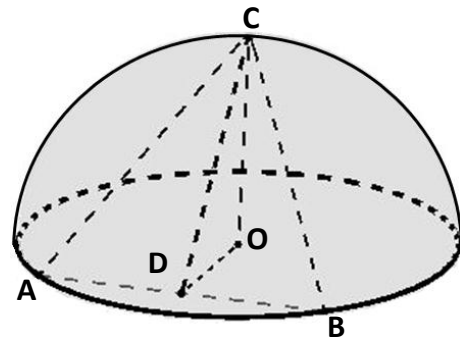
4. Tras los daños ocasionados por el huracán Irma llegó a Cuba un cargamento de ayuda solidaria japonés que tenía un total de 107 artículos de emergencia entre generadores eléctricos, purificadores de agua y tanques de Nylon. La cantidad de generadores excedía en 7 a la cantidad de tanques de Nylon. Se conoce además que la cantidad de tanques de Nylon representaba el 75% de la cantidad de purificadores. ¿Cuántos artículos de emergencia de cada tipo contenía el cargamento?

5. En la figura se muestra la semiesfera de centro O, además se conoce que:

- O es la proyección de C,
- A y B son puntos de la circunferencia base,
- D es el punto medio de \overline{AB} .

a) Prueba que el triángulo ADC es rectángulo en D.

b) Si el área del círculo mayor de la semiesfera es de $28,26 \text{ cm}^2$, calcula el volumen de la semiesfera.



Temario 48-2018 2

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ $\sqrt{5} \in \mathbb{Q}$.
- b) ☐ Sean los conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$ y $B = [0; 1)$, entonces $A \cup B = B$.
- c) ☐ Una recta y un plano que tienen solo un punto común se intersecan.
- d) ☐ Si $z_1 = 4 + 2i$ y $z_2 = 2 - 4i$ son dos números complejos, entonces $z_1 - z_2$ es $2 + 6i$

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso.

En un evento nacional de monitores desarrollado en la capital del país participaron 16 estudiantes:

- a) El número de maneras diferentes en que podrían quedar seleccionados los tres primeros lugares de entre todos los participantes es de:

☐ V_3^{16} ☐ C_3^{16} ☐ $16 \cdot 3$ ☐ $3!$

- b) Si de los participantes en el evento nacional de monitores se conoce que 4 eran de la asignatura Matemática. La probabilidad de que al seleccionar aleatoriamente uno de entre todos los participantes, y este no habría sido de la asignatura de Matemática es de:

☐ $\frac{1}{12}$ ☐ $\frac{1}{16}$ ☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{1}{4}$

1.2.1 Si $w = i$ es un número complejo, entonces al calcular w^{10} se obtiene como resultado:

☐ 1 ☐ -1 ☐ i ☐ -i

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

La siguiente tabla recoge la cantidad de pulsaciones por minutos de los estudiantes de un grupo A al terminar una carrera de velocidad:

- a) La cantidad de estudiantes con 100 o más pulsaciones por minutos es

_____.

- b) La clase modal es la clase _____.

Cantidad de pulsaciones por minuto	Fi
A: 80 - 89	2
B: 90 - 99	6
C: 100 - 109	14
D: 110 - 120	8

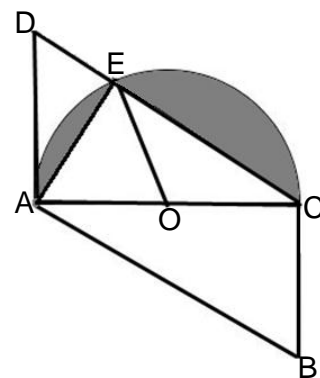
2. De la igualdad $18 + 33 + 48 + \dots + (15n + 3) = \frac{3n(5n+7)}{2}$:

- a) Calcula el término que ocupa el lugar 100.

- b) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que la igualdad dada se cumple para todo $n \in \mathbb{N} : n \geq 1$.

3. En la figura se ha representado la semicircunferencia con centro en O y diámetro \overline{AC} , además se conoce que:

- $ABCD$ es un paralelogramo,
- \overline{BC} es tangente a la circunferencia en C,
- \overline{CD} interseca a la semicircunferencia en E.



a) Demuestra que $\triangle AED \sim \triangle BCA$.

b) Si el $\angle AOE = 60^\circ$ y $\overline{AC} = 2,0 \text{ dm}$, calcula el valor del área de la región sombreada.

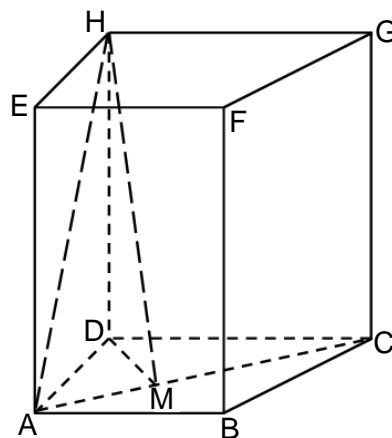
4. Tres trabajadores de una UBPC recolectaron durante dos días un total de 18 latas de café. Se conoce que el trabajador C recolectó 6 latas y que si el trabajador A le hubiese donado el 25% de las latas recolectadas por él al trabajador B, entonces ambos hubieran recolectado la misma cantidad de latas. ¿Cuántas latas de café recolectó el trabajador menos productivo?

5. En la figura se muestra el prisma recto ABCDEFGH, cuyas bases son trapecios rectángulos, la base inferior ABCD es rectángulo en A y D respectivamente además se conoce que:

- $\overline{AC} \perp \overline{MD}$,
- La altura del prisma $\overline{DH} = 9\sqrt{3} \text{ cm}$.

a) Demuestra que el $\triangle AMH$ es rectángulo en M.

b) Calcula el valor del volumen del prisma ABCDEFGH si $\overline{AB} = 9,0 \text{ cm}$, $\overline{CD} = 12 \text{ cm}$ y $\tan \angle DAC = \frac{4}{3}$.



Temario 49-2018 3

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

a) $\frac{\sqrt{3}}{2} \in \mathbb{Q}_+$.

b) Sea el conjunto $A = (-2; 2]$, el resultado de calcular $\sqrt[3]{-8} \notin A$.

c) Si α es un plano, τ (tau) una recta y P un punto, tal que $P \in \alpha$ y $P \in \tau$, entonces se puede asegurar que τ está contenida en α .

d) Sea $2 + 5i = 5i - (a - 1)$ la igualdad entre dos números complejos, entonces $a = -1$.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso.

1.2.1 En un concurso de baile participaron 12 parejas con iguales posibilidades de ganar:

a) El número de maneras diferentes en que podían quedar seleccionados los tres primeros lugares es:

P_{12}

V_3^{12}

C_3^{12}

36

b) La probabilidad de que al elegir aleatoriamente una de las parejas que participaron en el concurso de baile, y esta no fuese de uno de los tres primeros lugares seleccionados es:

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{9}$

$\frac{4}{3}$

0,75

1.2.2 Si $z_1 = \frac{1}{2} \text{cis } \frac{\pi}{2}$ y $z_2 = 2 \text{cis } \frac{\pi}{4}$ son números complejos, entonces $z_1 \cdot z_2$ es:

$\text{cis } \frac{\pi}{8}$

$\text{cis } \frac{\pi}{4}$

$\text{cis } \frac{3\pi}{4}$

$\text{cis } \frac{\pi}{2}$

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

La tabla muestra el estudio realizado acerca del tiempo de permanencia de personas que se conectan en una zona Wi-Fi entre las 8:00 pm y las 10:00 pm en un día determinado:

Tiempo (minutos)	Fi
A: [20 ; 40)	123
B: [40 ; 60)	508
C: [60 ; 80)	201
D: [80 ; 100)	97
E: [100 ; 120)	32

d) La marca de clase de la clase modal es de _____.

e) La cantidad de personas que se conectan entre una y dos horas es de _____.

2. De la igualdad $25 + 45 + 65 + \dots + (20n + 5) = S(n)$

a) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que $S(n) = 5n(2n + 3)$ se cumple para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

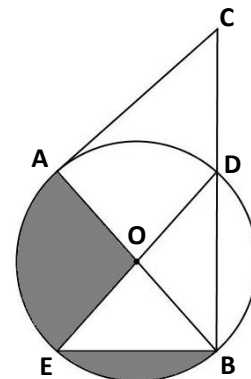
b) Calcula la suma de los 24 primeros términos.

3. En la circunferencia de centro O se cumple que:

- \overline{AB} y \overline{ED} son diámetros,
- $\overline{AC} \parallel \overline{ED}$,
- \overline{AC} es tangente a la circunferencia en A,
- Los puntos B, D y C están alineados.

a) Demuestra que el $\triangle BAC \sim \triangle EBD$.

b) Si $\overline{ED} = 8,0 \text{ cm}$, calcula el valor del área de la región sombreada.



4. En saludo a la jornada por la Victoria de Playa Girón un trabajador de la empresa farmacéutica Labiofam envasó 560 recipientes vacío en cajas con una capacidad de 8 y 20 recipientes cada una. Si al finalizar la jornada tenía 46 cajas llenas:

a) ¿Cuántas cajas de cada tipo llenó?

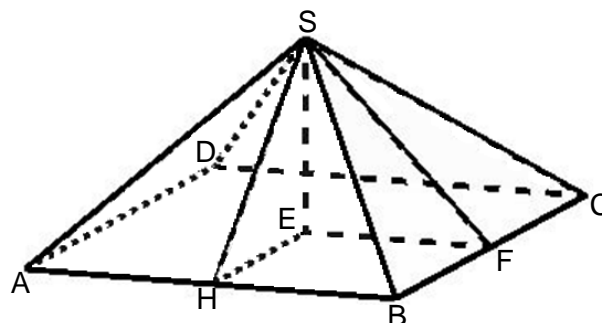
b) Si en la empresa en ese momento existían 184 cajas vacías. ¿Qué por ciento del total de cajas no utilizó el trabajador?

5. La pirámide de altura \overline{SE} , tiene por base el rectángulo ABCD, tal que la cara lateral $\triangle BCS$ forma con el rectángulo base el $\angle EFS = 45^\circ$. Además se conoce que:

- H y F son los puntos medios de los lados \overline{AB} y \overline{BC} respectivamente.

a) El triángulo AHS es rectángulo. Fundamenta esta afirmación.

b) Si $\overline{AB} = 6,0 \text{ cm}$ y $A_{\text{Base}} = 48 \text{ cm}^2$. Calcula el valor del volumen de la pirámide ABCDS.



Temario 50-2018 4

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) $\sqrt[3]{\sqrt{-27}} \in \mathbb{C}$.
 b) Sean M y T dos conjuntos diferentes, si $x \in M$ y $x \notin T$, se cumple que $x \in (M \setminus T)$.
 c) Si una recta es perpendicular a una recta de un plano, entonces la recta es perpendicular al plano.
 d) El número complejo $z = 3\sqrt{2}\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4}\right)$ en forma binómica es $z = 3 - 3i$.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso.

1.2.1 En las elecciones municipales del poder popular fueron seleccionados en una circunscripción 10 candidatos:

a) El número de maneras diferentes en que se podían elegir 3 delegados de los candidatos seleccionados es:

_____ 220 _____ C_3^{10} _____ 36 _____ 10!

b) Entre los candidatos seleccionados en las elecciones municipales del poder popular había 7 mujeres. La probabilidad de que al seleccionar un delegado este fuese hombre es:

_____ $\frac{1}{3}$ _____ $\frac{7}{10}$ _____ $\frac{3}{10}$ _____ $\frac{10}{3}$

1.2.2 El módulo del número complejo $z = 2 - 3i$ es:

_____ $\sqrt{-5}$ _____ 13 _____ 1 _____ $\sqrt{13}$

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

La tabla muestra el estudio realizado en un laboratorio de un hospital a varios pacientes que se habían diagnosticado con anemia (hemoglobina por debajo de 11) para evaluar el estado de su evolución:

a) La clase modal es la clase _____.

b) La cantidad de pacientes que no necesitan seguir siendo atendidos por el hospital es _____.

Hemoglobina	Fi
A: [10; 11)	5
B: [11; 12)	40
C: [12; 13)	20

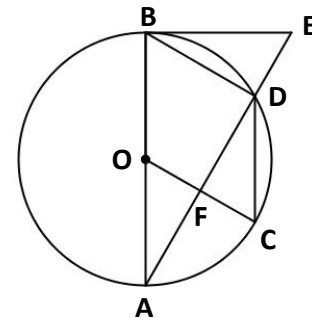
2. Sea la igualdad $36 + 72 + 108 + \dots + (36n) = S(n)$:

a) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que $S(n) = 18n(n + 1)$ se cumple para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

b) Calcula la suma de los 15 primeros términos de la igualdad.

3. En la circunferencia de centro O y diámetro \overline{AB} se conoce que:

- OCDB es un rombo,
- \overline{BE} es tangente a la circunferencia en B,
- Los puntos A, F, D y E están alineados,
- C y D son puntos de la circunferencia.



a) Demuestra que $\overline{AB} \cdot \overline{FC} = \overline{DC} \cdot \overline{BD}$.

b) Si el perímetro del rombo OCDB es de 16dm, calcula el valor del área del círculo de radio \overline{OC} .

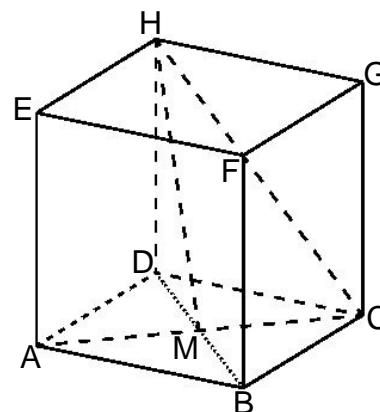
4. En un almacén de productos alimenticios existían 480 sacos de arroz más que de frijoles. Después de vender el 80% de los sacos de arroz y la cuarta parte de los frijoles, quedaron en el almacén 300 sacos más de frijoles que de arroz. ¿Qué cantidad de sacos de cada grano había en el almacén?

5. La figura muestra el prisma recto ABCDEFGH cuya base inferior es el paralelogramo ABCD. Además se conoce que:

- M es el punto de intersección de las diagonales de la base inferior,
- $\overline{BD} = \overline{AC}$
- El $\angle HMC = 90^\circ$.

a) Demuestra que ABCD es un cuadrado.

b) Si el $\angle CHD = 45^\circ$ y $\overline{AB} = 4,0 \text{ dm}$, determina el valor del área total del prisma ABCDEFGH.



Temario 51-2018 5

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ El conjunto solución de la ecuación $x^2 + 16 = 0$ es $S = \{4i\}$.
- b) ___ Sean los conjuntos $M = \{-1; 2; 3; 8; 20\}$ y P formado por los números primos, entonces $M \cap P = \{2; 3; 8\}$.
- c) ___ Si una recta r es paralela a un plano β , entonces r no tiene puntos comunes con β .
- d) ___ El número complejo $z = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$, expresado en su forma trigonométrica es $z = 2 \operatorname{cis} \frac{\pi}{4}$.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso.

1.2.1 En la serie del Caribe de béisbol de 2016 participaron 5 países, entre ellos Cuba, cada uno representados por igual número de atletas con iguales posibilidades de ganar:

a) El número de maneras diferentes en que podrían aparecer los medallistas (Oro, Plata y Bronce) sin considerar empates es:

___ $5!$ ___ C_3^5 ___ 15 ___ V_3^5

b) La probabilidad de que el equipo ganador fuese el de Cuba es:

___ $\frac{4}{5}$ ___ 1 ___ 0 ___ $\frac{1}{5}$

1.2.2 Los valores de "x" e "y", que satisfacen la igualdad $x + 3i = -1 + (y + 1)i$ son:

___ $x = -1, y = 4$ ___ $x = -1, y = -1$ ___ $x = -1, y = 1$ ___ $x = -1, y = 2$

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos en un examen de Matemática por un grupo de estudiantes de un preuniversitario de La Habana:

a) El porcentaje que representa la cantidad de estudiantes aprobados de la matrícula del grupo es de ____.

b) El límite superior real de la clase F es ____.

Notas alcanzadas	Fi
A: [30; 40)	2
B: [40; 50)	4
C: [50; 60)	4
D: [60; 70)	9
E: [70; 80)	8
F: [80; 90)	7
G: [90; 100)	6

2. Sea la igualdad $12 + 24 + 36 + \dots + 12n = S(n)$:

a) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que $S(n) = 3n(2n+2)$ para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

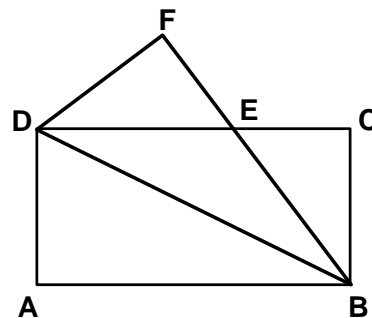
b) Calcula la suma hasta el término de orden 21 en el miembro izquierdo de la igualdad.

3. En la figura:

- ABCD es rectángulo, el $\triangle DBE$ es isósceles de base \overline{BD} ,
- $\overline{DF} \perp \overline{BF}$
- $\overline{BF} \cap \overline{DC} = \{E\}$.

a) Demuestra que los triángulos EFD y BCE son iguales.

b) Si $\overline{DE} = 5,0 \text{ cm}$ y $\overline{EC} = 0,30 \text{ dm}$, calcula el valor del área del rectángulo ABCD.



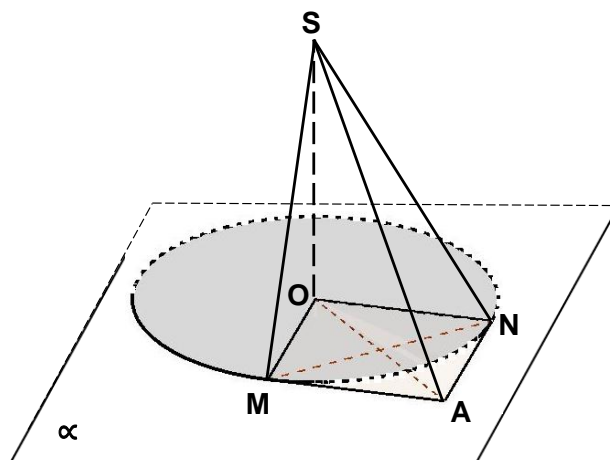
4. En una actividad sociocultural asistieron un total de 7 654 personas entre hombres, niños y mujeres. La cantidad de niños excedió en 674 a la quinta parte de la cantidad de mujeres y la cantidad de hombres aumentados en 22 era igual al 60% de la cantidad de mujeres. ¿Cuántos hombres, niños y mujeres participaron en la actividad?

5. En el plano α se encuentra situada una circunferencia de centro O y radio \overline{ON} , se conoce además que:

- A pertenece al plano α , $\overline{ON} = \overline{AM}$,
- Los segmentos \overline{MA} y \overline{NA} son tangentes a la circunferencia en el punto M y N respectivamente,
- O es la proyección de S sobre el plano de la circunferencia.

a) Demuestra que el $\triangle SMA$ es rectángulo.

b) Si $\overline{ON} = 8,0 \text{ dm}$ y el $\angle MAS = 60^\circ$, calcula el valor del volumen de la pirámide oblicua MANOS.



Temario 52-2018 6

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ Cualquier número real multiplicado por $\sqrt{2}$ es un número irracional.
- b) ☐ Sean C y D dos conjuntos tales que $4 \in C$ y $4 \notin D$, entonces $4 \in (C \setminus D)$.
- c) ☐ Si una recta r interseca a un plano α y es perpendicular a solo una recta de α , entonces r es oblicua a este plano.
- d) ☐ Si $z = \sqrt{3} \text{cis} 30^\circ$ es un número complejo en forma polar, entonces $z^4 = 3 \text{cis} 120^\circ$.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso.

1.2.1 Un estudiante necesita llamar por teléfono a una compañera que vive en la provincia Santiago de Cuba, pero solo recuerda que las dos primeras cifras del número son 6 y 7 en ese orden y que las restantes cuatro cifras son distintas entre sí y menores que 4, por lo que decide encontrar una forma para determinar dicho número. La cantidad de maneras diferentes que el estudiante puede obtener dicho número es:

☐ $3!$ ☐ C_4^6 ☐ V_4^6 ☐ P_4

1.2.2 En una competencia de atletismo participaron 12 atletas, de los cuales 5 son del sexo femenino, la probabilidad de que al seleccionar aleatoriamente un atleta y que este no sea del sexo femenino es de:

☐ $\frac{5}{7}$ ☐ $\frac{12}{7}$ ☐ $\frac{7}{12}$ ☐ $\frac{5}{12}$

1.2.3 Si $z_1 = 2$ y $z_2 = 4 - 2i$ son dos números complejos en forma binómica, entonces el resultado de calcular $z_1 : z_2$ es:

☐ $\frac{1}{2} - i$ ☐ $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i$ ☐ $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$ ☐ $\frac{1}{4} + i$

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

La siguiente tabla de frecuencias se muestra la velocidad de cierta cantidad de autos de una misma marca registrada en un punto de control de la autopista:

a) El total de autos registrados de dicha marca por el punto de control es _____.

b) La mediana se encuentra en la clase _____.

2. De la igualdad $2 + 4 + 8 + 2^{n+1} = S(n)$

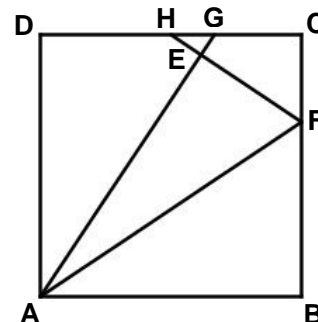
a) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que para todo $n \in \mathbb{N}$, se cumple que $S(n) = 2^{n+2} - 2$.

b) Determina el sumando que ocupa la quinta posición.

Velocidades	Cantidad de autos
A: [89; 96)	10
B: [96; 103)	20
C: [103; 110)	6
D: [110; 117)	8
E: [117; 124)	8
F: [124; 131)	4

3. En el cuadrado ABCD:

- Los puntos D, H, G y C están alineados,
- $\overline{AG} \perp \overline{FH}$ en el punto E,
- $F \in \overline{BC}$,
- $\angle AFC = \angle BFH$.



a) Demuestra que $\overline{AF} \cdot \overline{HC} = \overline{HF} \cdot \overline{AB}$.

b) Si $\overline{GC} = \frac{1}{3} \overline{DC}$ y $\overline{AB} = 6,0 \text{ dm}$, calcula el valor del área del trapecio ABCG.

4. En un encuentro de béisbol asistieron al estadio 70 mil aficionados. Se conoce que había 52 mil hombres más que mujeres y el número de niños era el 25% de la cantidad de mujeres:

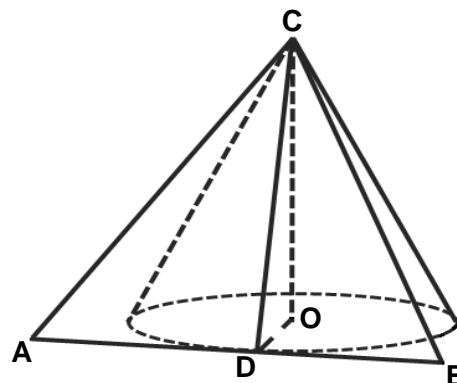
- ¿Cuántos hombres, mujeres y niños asistieron al estadio de béisbol?
- ¿Qué porcentaje representa la cantidad de niños del total de aficionados?

5. La figura muestra el cono circular recto de altura \overline{OC} . Además de él se conoce que:

- El $\triangle ABC$ es isósceles de base \overline{AB} ,
- \overline{AB} está contenida en la circunferencia base del cono y es tangente a esta en el punto D.

a) Demuestra que \overline{CD} es mediatriz del $\triangle ABC$.

b) Si $\overline{OD} = 5\sqrt{3} \text{ cm}$ y el $\angle CDO = 60^\circ$, calcula el valor del área total del cono.



Temario 53-2018 7

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ El resultado de calcular $\sqrt{50} - \sqrt{2}$ es un número racional.
- b) ___ Si P y N son dos conjuntos tales que $P = \{x \in \mathbb{Q} : -3 \leq x \leq 3\}$ y $N(-\infty; 3]$, entonces $P \cap N = N$.
- c) ___ Dos rectas en el espacio determinan un plano.
- d) ___ Si z_1 y z_2 son dos números complejos entonces $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_2}{z_1}$.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso.

1.2.1 Pedro tiene una colección de 9 libros: 4 de Matemática, 3 de Español y 2 de Física:

a) La cantidad de maneras diferentes en que los puede colocar todos en un estante, uno al lado del otro es:

___ 24 ___ P_9 ___ V_3^9 ___ C_3^9

b) Si Pedro selecciona un libro al azar de la colección anterior, la probabilidad de que este no sea de Física es de:

___ $\frac{2}{9}$ ___ 0 ___ $\frac{1}{8}$ ___ $\frac{7}{9}$

1.2.2 El conjugado del número complejo $z = -3i - 1$ es:

___ $-3i + 1$ ___ $3i + 1$ ___ $3i - 1$ ___ $-3i - 1$

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

La siguiente tabla muestra el peso en libras de los primeros niños nacido en el año 2017 en una región del país:

- a) La variable objeto de estudio se clasifica como cuantitativa _____.
 b) La marca de clase de la clase B es _____.

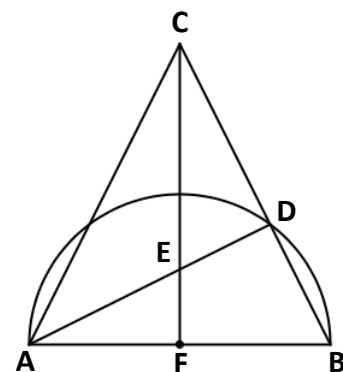
Peso (libras)	Cantidad de niños
A: [6,5; 7,5)	18
B: [7,5; 8,5)	12
C: [8,5; 9,5)	10

2. En la figura se muestra el triángulo ABC isósceles de base \overline{AB} y un semicírculo con centro en F y diámetro \overline{AB} . Se conoce además que:

- \overline{CF} es la mediana relativa al lado \overline{AB} ,
- \overline{AD} y \overline{CF} se intersecan en E,
- D es un punto de la semicircunferencia,
- Los puntos B, D y C están alineados.

a) Demuestra que $\triangle AFC \sim \triangle BDA$.

b) Si $\overline{BD} = 3,0 \text{ cm}$ y $\overline{AD} = 0,40 \text{ dm}$, calcula la longitud del arco ADB.



3. De la igualdad $4 + 14 + 24 + \dots + 2(5n + 2) = S(n)$:

a) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que $S(n) = (5n + 4)(n + 1)$ se cumple para todo $n \in \mathbb{N}$: $n \geq 1$.

b) Calcula la suma de los 8 primeros términos.

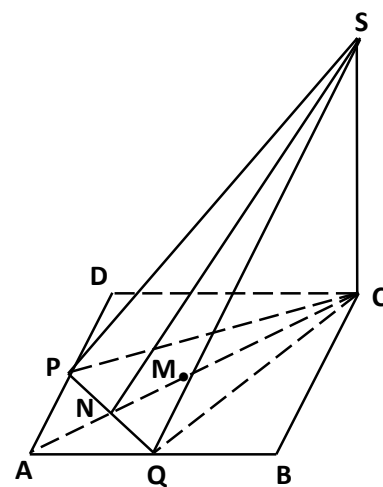
4. María quería comprar dos artículos que costaban entre los dos 454 cuc. Cuando llegó a la tienda se dio cuenta que el dinero con que contaba era insuficiente por lo que solo podía comprar la batidora y se percató además que entre el precio de la batidora y el 20% de lo que costaba el aire acondicionado era 134 cuc. ¿Cuánto le costó cada artículo?

5. Sobre el cuadrado ABCD se apoya la pirámide oblicua PQCS de altura \overline{CS} . Además se conoce que:

- \overline{PQ} une los puntos medio P y Q de los lados \overline{AD} y \overline{AB} respectivamente,
- N es el punto medio de \overline{AM} ,
- M es el punto de intersección de las diagonales del cuadrado ABCD.

a) Prueba que \overline{SN} es la altura relativa al lado \overline{PQ} en el triángulo PQS.

b) Si se conoce que el ángulo que forma la oblicua \overline{SN} con su proyección es de 45° , que $\overline{AC} = 8,0 \text{ dm}$ y $\overline{PQ} = 4,0 \text{ dm}$, determina el valor del volumen de la pirámide PQCS.



Temario 54-2018 8

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ $2 \in \{x \in \mathbb{R}: x > 2\}$.
- b) ☐ Si A es el conjunto de los números naturales impares y $B = \{x \in \mathbb{Z}: x < 3\}$, entonces $A \cap B = \{1; 3\}$.
- c) ☐ El número complejo $z = 2 + 2\sqrt{3}i$ expresado en forma polar es $z = 4\text{cis}\frac{\pi}{3}$.
- d) ☐ Los puntos P, Q y M están alineados, entonces cualquier segmento de recta formado entre ellos y un punto exterior N determinan un único plano.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con un "X" en cada caso.

1.2.1 En el acto desarrollado en una de las provincias del país en saludo al Día del Matemático Cubano participaron 120 profesores, de ellos 20 eran noveles:

a) La probabilidad de que al seleccionar aleatoriamente uno de estos profesores para depositar una ofrenda en el busto de José Martí ninguno sea novel es:

☐ $\frac{1}{5}$
☐ $\frac{1}{100}$
☐ $\frac{1}{20}$
☐ $\frac{5}{6}$

b) La cantidad de maneras diferentes de seleccionar a tres profesores noveles de los que participaron en el acto es de:

☐ C_3^{20}
☐ 20
 ☐ P_{20}
☐ V_3^{20}

1.2.2 Sean los números complejos $z_1 = 3 + 4i$ y $z_2 = 3 - 4i$, entonces el dominio numérico más restringido al que pertenece el resultado de calcular $z_1 \cdot z_2$ es:

☐ \mathbb{Z}
☐ \mathbb{Q}_+
☐ \mathbb{Q}
☐ \mathbb{N}

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

En la siguiente tabla de frecuencias se registraron las estaturas de los atletas que conforman la preselección nacional de voleibol:

- a) La cantidad de atletas con estatura inferior a 1,90 metros es _____.
- b) La clase modal es la clase _____.

Estatura (metros)	Fi
A: [1,80; 1,85)	4
B: [1,85; 1,90)	10
C: [1,90; 1,95)	4
D: [1,95; 2,00)	2

2. Sea la igualdad $0 + 9 + 18 + \dots + (9n) = \frac{9}{2}n(n+1)$:

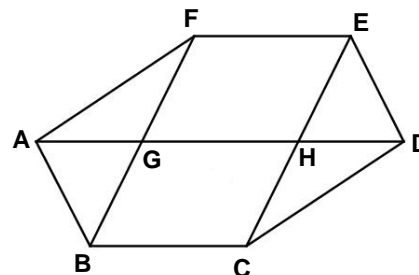
- a) Determina el décimo tercer término que le corresponde en el miembro izquierdo de la igualdad.
- b) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que la igualdad dada se cumple para todo $n \in \mathbb{N}$.

3. En la figura se representa el hexágono ABCDEF, además, de él se conoce que:

- \overline{AG} y \overline{HD} son medianas de \overline{BF} y \overline{CE} respectivamente,
- BCEF es un paralelogramo,
- $\overline{AH} = \overline{GD}$.

a) Prueba que $\triangle AGF = \triangle CDH$.

b) Si $\overline{AB} \perp \overline{AF}$, $\overline{BF} = 5,0 \text{ cm}$ y $\overline{CD} = 4,0 \text{ cm}$, calcula el valor del área del $\triangle FAB$.



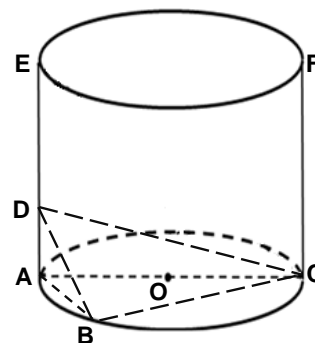
4. Una compañía de las FAR está formada por 520 personas entre oficiales, sargentos y soldados. La cantidad de sargentos excede en 60 personas al 50% de la cantidad de soldados, se conoce además que entre la cantidad de oficiales y los soldados suman 340 personas. ¿Cuántos oficiales, sargentos y soldados tiene la compañía?

5. La figura representa el cilindro circular recto de altura $\overline{AE} = 8,0 \text{ dm}$, además:

- \overline{AC} es uno de los diámetros de la base inferior del cilindro,
- $B \in c(O; \overline{OC})$,
- El área lateral del cilindro es de $16\pi \text{ dm}^2$.

a) Demuestra que el $\triangle DBC$ es rectángulo.

b) Calcula el valor del volumen de la pirámide ABCD si el $\angle BAC = 60^\circ$.



Temario 55-2018 9

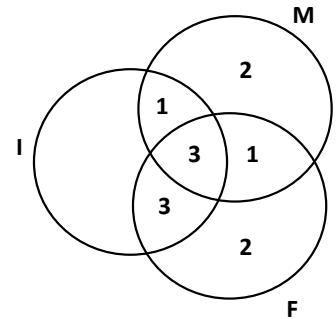
1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ $\mathbb{Q}_+ \subset \mathbb{Q}$.
- b) ☐ Sean los conjuntos $A = [-3; 3]$ y $B = \{x \in \mathbb{Z}: x \geq 3\}$, entonces el menor número entero al que pertenece $B \setminus A$ es 3.
- c) ☐ Si desde un punto exterior a un plano α , se trazan una perpendicular y varias oblicuas a este plano, entonces la perpendicular es mayor que las oblicuas.
- d) ☐ Si $z = (3 + 2i)(2 - 3i)$, entonces $|z| = 13$.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una "X" en cada caso.

1.2.1 El diagrama representa la distribución de 16 estudiantes que participaron en los concursos de Matemática (M), Física (F) e Informática (I). Los números colocados en cada región del diagrama informan la cantidad de elementos de los conjuntos representados:



a) La cantidad de estudiantes que solo participó en el concurso de Informática es:

11 7 4 8

b) La probabilidad de que al escoger al azar un estudiante entre los participantes y este haya participado solo en el concurso de Matemática y Física es:

$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{16}$ 1 2

1.2.2 El número complejo $z_1 = 2\text{cis}30^\circ$ expresado en su forma binómica es:

$1 + \sqrt{3}i$ $\sqrt{3} + \frac{1}{2}i$ $\sqrt{3} - i$ $\sqrt{3} + i$

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

En un hospital materno se controló la masa (en kg) de 50 niños recién nacidos durante un mes y se obtuvo los resultados que se muestran en la tabla:

Clases	Fi
A: [2, 5; 3,0)	6
B: [3,0; 3,5)	24
C: [3,5; 4,0)	12
D: [4,0; 4,5)	8

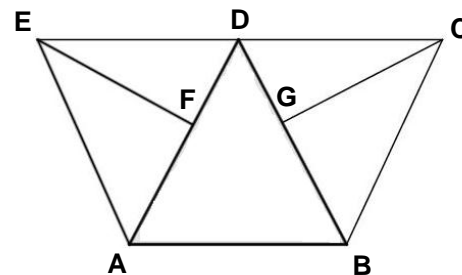
- a) La frecuencia absoluta de la clase modal es _____.
- b) La cantidad de niños que nacieron con un peso superior o igual a 3,5 kg es _____.

2. Sea la igualdad $3 + 12 + 21 + \dots + (9n - 6) = S(n)$:

- a) Demuestra aplicando el principio de inducción completa que $S(n) = \frac{9n^2 - 3n}{2}$ se cumple para todo $n \in \mathbb{N}: n \geq 1$.
- b) Verifica que 921 es el término de orden 103 en la igualdad anterior.

3. En la figura se representa el trapecio ABCE de bases \overline{AB} y \overline{EC} . Además se conoce que:

- E, D y C son puntos alineados,
- El $\triangle ABD$ es isósceles de base \overline{AB} ,
- $\overline{EF} \perp \overline{AD}$,
- $\overline{GC} \perp \overline{BD}$,
- $\overline{AF} = \overline{GB}$.



a) Demuestra que $\overline{EF} = \overline{GC}$.

b) Si el $\angle CDG = 62^\circ$, calcula la amplitud del $\angle DEF$.

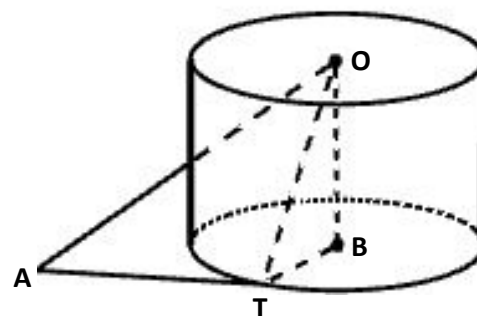
4. Una de las zonas afectadas en el país tras el paso del huracán Mathew fue el oriente cubano, con 480 escuelas dañadas entre derrumbes parciales y totales. Durante la etapa de recuperación se restableció inicialmente la quinta parte de las escuelas afectadas en su totalidad y el 40% de las dañadas parcialmente, faltando por restablecer 305 escuelas. ¿Cuántas escuelas fueron afectadas por el huracán parcialmente y cuántas totalmente?

5. La figura muestra el cilindro circular recto de altura \overline{OB} y radio $\overline{BT} = 6,00 \text{ cm}$. Además se conoce que:

- \overline{AT} está contenido en el mismo plano que contiene a la base inferior del cilindro y es tangente en T a esta circunferencia base.

a) Demuestra que el triángulo ATO es rectángulo en T.

b) Si el $\angle OAT = 30^\circ$ y $\overline{OA} = 20,0 \text{ cm}$, calcula el área lateral del cilindro.



DATOS PARA LOS ESTUDIANTES								
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	180^0	270^0	360^0
sen	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

$$\sqrt{2} \approx 1,41$$

$$\sqrt{3} \approx 1,73$$

$$\sqrt{5} \approx 2,24$$

$$\pi \approx 3,14$$